

## Programme officiel

| Notions et contenus                                                                                                                                        | Capacités exigibles                                                                                                                                                                                                                             |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Masse d'un système. Conservation de la masse pour un système fermé.                                                                                        | Exploiter la conservation de la masse pour un système fermé.                                                                                                                                                                                    |
| Quantité de mouvement d'un point et d'un système de points. Lien avec la vitesse du centre de masse d'un système fermé.                                    | Établir l'expression de la quantité de mouvement pour un système de deux points sous la forme $\vec{p} = m\vec{v}$                                                                                                                              |
| Première loi de Newton : principe d'inertie. Référentiels galiléens.                                                                                       | Décrire le mouvement relatif de deux référentiels galiléens.                                                                                                                                                                                    |
| Notion de forces. Troisième loi de Newton : principe des actions réciproques.                                                                              | Établir un bilan des forces sur un système, ou plusieurs systèmes en interaction et en rendre compte sur un schéma.                                                                                                                             |
| Deuxième loi de Newton.                                                                                                                                    | Déterminer les équations du mouvement d'un point matériel ou du centre de masse d'un système fermé dans un référentiel galiléen.                                                                                                                |
| Force de gravitation.<br>Modèle du champ de pesanteur uniforme au voisinage de la surface d'une planète.<br>Mouvement dans le champ de pesanteur uniforme. | Étudier le mouvement d'un système modélisé par un point matériel dans un champ de pesanteur uniforme en l'absence de frottement.                                                                                                                |
| Modèles d'une force de frottement fluide.<br>Influence de la résistance de l'air sur un mouvement de chute.                                                | Exploiter, sans la résoudre analytiquement, une équation différentielle : analyse en ordres de grandeur, détermination de la vitesse limite, utilisation des résultats obtenus par simulation numérique.<br>Écrire une équation adimensionnée.  |
| Poussée d'Archimède.                                                                                                                                       | Exploiter la loi d'Archimède.                                                                                                                                                                                                                   |
| Tension d'un fil. Pendule simple.                                                                                                                          | Établir l'équation du mouvement du pendule simple.<br>Justifier l'analogie avec l'oscillateur harmonique dans le cadre de l'approximation linéaire.<br>Établir l'équation du portrait de phase (intégrale première) dans ce cadre et le tracer. |
| Modèle des lois de Coulomb du frottement de glissement.                                                                                                    | Exploiter les lois de Coulomb fournies dans les trois situations : équilibre, mise en mouvement, freinage. Formuler une hypothèse (quant au glissement ou non) et la valider.                                                                   |

## Plan

### 1 Préambule

- 1.1 Un peu d'histoire
- 1.2 Notion de masses
- 1.3 Quantité de mouvement

### 2 Les lois de Newton

- 2.1 Première loi de Newton : principe d'inertie
- 2.2 Deuxième loi de Newton : principe fondamental de la dynamique (PFD)
- 2.3 Troisième loi de Newton : principe des actions réciproques
- 2.4 Application : détermination d'une loi de force

### 3 Systèmes de points matériels

- 3.1 Centre de masse
- 3.2 Quantité de mouvement d'un système de points matériels
- 3.3 Théorème de la quantité de mouvement

## 4 Forces

- 4.1 Interactions fondamentales
- 4.2 Forces à distance
- 4.3 Forces de contact

## 5 Quelques applications

- 5.1 Méthode de résolution
- 5.2 Chute dans le champ de pesanteur
- 5.3 Lancé dans le champ de pesanteur et sans frottement
- 5.4 Le pendule simple

## Vérification des connaissances

|                          | Connaissances                                                                                                                                                         |
|--------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> | Principe des actions réciproques.                                                                                                                                     |
| <input type="checkbox"/> | Principe d'inertie et définition des référentiels galiléens.                                                                                                          |
| <input type="checkbox"/> | Quantité de mouvement d'un point matériel.                                                                                                                            |
| <input type="checkbox"/> | Principe fondamental de la dynamique et théorème de la quantité de mouvement.                                                                                         |
| <input type="checkbox"/> | Méthode générale de résolution d'un problème mécanique.                                                                                                               |
| <input type="checkbox"/> | Caractéristiques des forces usuelles : interaction gravitationnelle, poids, tension d'un fil, force de rappel d'un ressort, poussée d'Archimède, frottements fluides. |
| <input type="checkbox"/> | Pendule simple : description du dispositif, mise en équation, approximation linéaire.                                                                                 |
| <input type="checkbox"/> | Lois de Coulomb sur le frottement solide.                                                                                                                             |

|                          | Capacités                                                                                                                                                                                                                 |
|--------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> | Établir un bilan de forces pour un système défini.                                                                                                                                                                        |
| <input type="checkbox"/> | Déterminer les équations du mouvement d'un point matériel en appliquant le PFD.                                                                                                                                           |
| <input type="checkbox"/> | Exploiter une équation différentielle sans la résoudre analytiquement dans le cas de frottements fluides : détermination de la vitesse limite, utilisation des résultats fournis par un logiciel d'intégration numérique. |
| <input type="checkbox"/> | Établir l'équation du portrait de phase et le tracer dans le cas du pendule simple ou cas simple similaire (cercle ou parabole).                                                                                          |
| <input type="checkbox"/> | Déterminer des conditions d'équilibre ou de glissement en utilisant les lois de Coulomb.                                                                                                                                  |
| <input type="checkbox"/> | Formuler une hypothèse quant au glissement ou non d'un solide et la valider.                                                                                                                                              |

## 1 Préambule

### 1.1 Un peu d'histoire

Dans le chapitre précédent, nous avons étudié la cinématique qui ne s'intéresse pas aux causes qui produisent des mouvements. C'est la dynamique qui permet de faire le lien entre la description du mouvement et les actions mécaniques, causes du mouvement. Les lois de la mécanique ont été énoncées par Isaac Newton dans son « Principes mathématiques de la philosophie naturelle », publié en 1687.

Isaac Newton (1642-1727) est un physicien, mathématicien, astronome anglais. C'est en reprenant les travaux de Galilée et de Kepler que Newton établit les trois lois universelles du mouvement qu'il publia avec l'aide de son ami Edmond Halley (astronome, spécialiste des comètes). Newton est aussi un des précurseurs du calcul vectoriel. C'est aussi dans cet ouvrage qu'est défini la loi de la gravitation universelle. Newton est ainsi considéré comme le père de la mécanique classique : on parle de mécanique newtonienne ! L'ensemble de ces lois restent encore valable aujourd'hui dans de nombreuses situations où l'on peut négliger les effets relativistes et quantiques.

### 1.2 Notion de masses

Voici un nouvel extrait du *Dictionnaire de physique* de Richard Taillet à propos de la notion de masse :

La notion de masse recouvre plusieurs concepts physiques, *a priori* indépendants, qui ont été réunis dans le cadre de la relativité générale. Tout d'abord en mécanique classique, elle est associée à l'inertie, c'est-à-dire à la façon dont les corps réagissent aux forces. Pour un objet en mouvement inertiel (à vitesse constante qui peut être nulle), le changement de vitesse provoqué par une force donnée est d'autant plus petit que la masse est élevée. C'est la traduction générale de la constatation que chacun peut faire : il est plus facile de mettre en mouvement une plume qu'une enclume. La notion de

masse intervenant ici est nommée **masse inertielle** ou tout simplement inertie. Depuis Galilée et Newton, le concept de masse intervient également pour caractériser la sensibilité des corps à l'attraction gravitationnelle, ainsi que leur capacité à attirer gravitationnellement d'autres corps. Cet autre aspect de la masse joue pour l'interaction gravitationnelle le même rôle que la charge électrique pour l'interaction électrostatique de Coulomb, et la force gravitationnelle ressentie ou créée par un corps est d'autant plus importante que sa masse est élevée. On distingue alors la **masse grave active**, source du champ, de la **masse grave passive**, mesurant la sensibilité au champ. Ces grandeurs pourraient *a priori* être différentes, mais cette situation violerait la conservation de la quantité de mouvement. Bien qu'elles soient sans rapport direct, on constate expérimentalement que, dans un choix d'unités bien adaptées, la masse inertielle et la masse grave ont la même valeur pour tous les corps. Cela signifie que ces deux concepts doivent être intimement liés, ce qui resta un mystère jusqu'au développement de la théorie de la relativité générale, dont l'un des postulats de base est que la gravitation n'est pas une force comme les autres, mais uniquement un reflet de la courbure de l'espace-temps (provoquée par l'objet qu'en théorie newtonienne on considère comme la source du champ de gravitation) et du choix fait de décrire le système depuis un référentiel non-inertiel car pas en chute libre. Dans ce cadre de pensée, l'égalité entre masse grave et inerte, qui s'observe par le caractère universel du mouvement de chute libre, traduit le fait que la gravitation est un effet géométrique ressenti de la même façon par toutes les particules (c'est ce qu'on appelle le principe d'équivalence).

Plusieurs expériences internationales cherchent à montrer que ces deux masses sont effectivement identiques. Une des dernières menée dans le satellite français « Microscope » a obtenu des résultats d'une très grande précision : le principe d'équivalence faible est respecté avec une précision relative de  $2 \times 10^{-14}$  (décembre 2017).

### 1.3 Quantité de mouvement



On définit la quantité de mouvement  $\vec{p}$  par

$$\vec{p} = m \vec{v}$$

avec  $\|\vec{p}\|$  en  $\text{kg}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ ,  $m$  en  $\text{kg}$  et  $\|\vec{v}\|$  en  $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ .

**Remarque :** Attention, comme  $\vec{v}$  dépend du référentiel,  $\vec{p}$  aussi.

## 2 Les lois de Newton

### 2.1 Première loi de Newton : principe d'inertie



Un point matériel est **isolé** s'il n'est soumis à aucune interaction mécanique avec l'extérieur.

**Exemples :** les sondes Pioneer 10 et 11 et Voyager 1 et 2 se dirigent vers l'extérieur du système solaire.



#### Énoncé du principe d'inertie

Il existe des référentiels privilégiés, appelés « référentiel galiléen » dans lesquels un point matériel isolé est soit « au repos », soit animé d'un mouvement rectiligne et uniforme.

**Remarques :**

- Cette première loi de Newton définit une classe de référentiels particuliers : contrairement à la cinématique, tous les référentiels ne jouent pas le même rôle.
- Le principe d'inertie est aussi valide pour un point pseudo-isolé, c'est-à-dire soumis à des actions mécaniques qui se compensent.
- Tous les référentiels galiléens sont en **translation rectiligne et uniforme** les uns par rapport aux autres

La détermination du caractère galiléen d'un référentiel est une question expérimentale qui dépend de l'échelle que l'on considère. Vous devez connaître ces trois référentiels très utiles et qui pourront être considérés comme galiléen dans certaines conditions :

- le **référentiel terrestre** pour toutes expériences d'une durée courte devant la période de révolution de la Terre et à des échelles spatiales petites devant le rayon terrestre (environ 6400 km).
- le **référentiel géocentrique** pour l'étude des mouvements des satellites pendant quelques révolutions.
- le **référentiel héliocentrique** pour l'étude des mouvements des planètes pendant quelques jours.

## 2.2 Deuxième loi de Newton : principe fondamental de la dynamique (PFD)

### 2.2.1 Notion de force

Dans un référentiel galiléen  $\mathcal{R}$ , pour modifier la vitesse (sa direction et/ou sa norme) d'un point matériel, il faut exercer sur lui une action mécanique modélisée par une force.

 Une force est une grandeur vectorielle constituée d'un point  $P$ , point d'application de l'action et d'un vecteur  $\vec{F}$  qui fixe la direction, le sens et l'intensité de l'action.

**Remarque :** En mécanique du point, on confond la force et le vecteur force car l'action s'exerce sur l'unique point du système. Ce sera différent dans le cas des solides ou des systèmes de points matériels.

### 2.2.2 Énoncé

#### Principe Fondamental de la Dynamique

Dans un référentiel galiléen, la dérivée temporelle du vecteur quantité de mouvement d'un point matériel  $M$  est égale à la somme des forces extérieures s'exerçant sur ce point :

$$\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

#### Remarques :

- La connaissance de la cinématique d'un mouvement permet de déterminer la résultante des forces qui s'exercent sur le système
- La connaissance des forces extérieures permet d'obtenir une description cinématique du mouvement.
- Cette expression permet d'expliciter l'unité des forces (N) dans le système international :  $\dim(F) = \dots\dots\dots$
- Pour un système pseudo-isolé :

$$\sum_i \vec{F}_{i/M} = \vec{0} \quad \Rightarrow \quad \vec{p} = \text{cste} \quad \Rightarrow \quad \vec{v} = \text{cste} \quad \text{avec } m = \text{cste}$$

Le mouvement est donc rectiligne et uniforme (MRU).

- Dans le cas où la masse  $m$  du système est constante, le PFD s'écrit :

$$\dots\dots\dots = \dots\dots\dots \quad \Rightarrow \quad \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

On fera attention aux exercices type fusée car la masse du système varie au cours du temps.

- Cas statique : pour un système à l'équilibre  $\vec{v} = \vec{0}$ , alors  $\vec{p} = \vec{0}$  et le PFD s'écrit ainsi

$$\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

## 2.3 Troisième loi de Newton : principe des actions réciproques

#### Principe des actions réciproques

Si un point  $A$  exerce sur un point  $B$  une force  $\vec{F}_{A/B}$  alors le point  $B$  exerce également sur le point  $A$  une force  $\vec{F}_{B/A}$ . Ces deux forces ont même direction, même valeur et sont de sens opposées.

$$\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A} \quad \vec{AB} \wedge \vec{F}_{A/B} = \vec{0}$$

## 2.4 Application : détermination d'une loi de force

### 2.4.1 Détermination dynamique

On détermine une loi de force à partir de l'analyse cinématique du mouvement d'un système soumis à cette force. Prenons un exemple : déterminons l'accélération de la pesanteur  $\vec{g}$  à partir de l'analyse d'une chute.

**Remarque :** Historiquement, c'est de cette façon que Newton détermina l'expression de la force d'attraction gravitationnelle en étudiant l'accélération des planètes autour du Soleil.

### 2.4.2 Détermination statique

Si on connaît une force comme le poids, on peut déterminer d'autres forces par comparaison à partir de situations à l'équilibre. Par exemple, déterminons l'expression de la force de rappel d'un ressort.

## 3 Systèmes de points matériels

On étudie un ensemble de points matériels constituant un système fermé, c'est-à-dire que n'échange pas de matière avec l'extérieur. Cet ensemble est constitué de  $n$  points  $M_i$  de masse  $m_i$ .

**Remarque :** Ce qui suit sera très utile en mécanique du solide, en thermodynamique, en mécanique des fluides, en mécanique des milieux continus...

### 3.1 Centre de masse



On appelle centre de masse  $G$  d'un système de points matériels, le ..... des points  $M_i$  affectés des coefficients  $m_i$ .

**Remarque :** En physique, ce barycentre existe toujours puisque  $\sum_i m_i \neq 0$

Mathématiquement, on a donc  $G$  tel que 
$$\sum_i m_i \overrightarrow{GM_i} = \vec{0}$$

On rappelle (cf. fiche) qu'à partir d'une origine  $O$ , on peut aussi écrire : 
$$\left( \sum_i m_i \right) \overrightarrow{OG} = \sum_i m_i \overrightarrow{OM_i}$$

$G$  est aussi appelé « centre d'inertie » ou « centre de gravité ».

### 3.2 Quantité de mouvement d'un système de points matériels

La quantité de mouvement d'un système  $S$  en mouvement par rapport à un référentiel  $\mathcal{R}$ , s'écrit :

$$\vec{p}_S / \mathcal{R} = \sum_i m_i \vec{v}(M_i) / \mathcal{R} = \sum_i m_i \vec{v}_i / \mathcal{R}$$

C'est la somme des quantités de mouvement des points qui constituent le système.

On pose  $m = \sum_i m_i$ , masse totale du système  $S$ . La définition du centre de masse  $G$  du système permet d'écrire :

$$m \vec{OG} = \sum_i m_i \vec{OM}_i$$

Dérivons cette expression :

---

---

---

---



#### Théorème

La quantité de mouvement d'un système de points matériels est égale à la quantité de mouvement de son centre de masse  $G$  affecté de la masse totale du système et animé de la vitesse  $\vec{v}_G$ .

**Remarque** : On peut donc assimiler un solide à un point matériel s'il suffit d'étudier le mouvement de son centre de masse pour comprendre son mouvement.

### 3.3 Théorème de la quantité de mouvement

Considérons un système composé de deux points matériels. Appliquons le PFD à chacun des points. On obtient :

---

---

---

---

---

---

---

---



#### Théorème de la quantité de mouvement

Dans un référentiel galiléen, la dérivée temporelle de la quantité de mouvement d'un système matériel est égale à la résultante des forces extérieures s'exerçant sur le système (sur tous les points) :

$$m \vec{a}(G) / \mathcal{R} = \sum_i \vec{F}_{\text{ext}/i}$$

## 4 Forces

On distingue souvent deux types de forces :

- les forces à distance qui sont liées aux interactions fondamentales
- les forces de contact qui n'existent que par la liaison entre deux systèmes. Les phénomènes physiques mis en jeu peuvent être très complexes. C'est donc souvent une loi phénoménologique.

### 4.1 Interactions fondamentales

Toute particule de matière est soumise aux quatre interactions fondamentales :

| Interaction       | Particules concernées   | Portée       | Principale manifestation      |
|-------------------|-------------------------|--------------|-------------------------------|
| forte             | quarks et dérivés       | $10^{-15}$ m | cohésion des noyaux           |
| faible            | constituants des noyaux | $10^{-17}$ m | radioactivité $\beta$         |
| électromagnétique | particules chargées     | $\infty$     | existence des atomes / chimie |
| gravitationnelle  | Particules massiques    | $\infty$     | existence trajectoires astres |

### 4.2 Forces à distance

#### 4.2.1 Force gravitationnelle

Soit deux points matériels  $(M_1, m_1)$  et  $(M_2, m_2)$  distants de  $r_{12}$ . La force gravitationnelle entre ces deux systèmes est attractive et s'écrit :

Remarques :

- $\vec{F}_{1/2} = m_2 \vec{g}_1(M_2)$  où  $\vec{g}_1(M_2) = \dots\dots\dots$
- $M_1$  est donc la source d'un champ gravitationnel
- $\vec{g}_1$  existe en tout point de l'espace. En présence d'une masse  $m_2$  placée en  $M_2$ , il exerce une force  $\vec{F}_{1/2} = m_2 \vec{g}_1(M_2)$ .

#### 4.2.2 Poids

Lorsqu'on étudie le mouvement d'un système dans le référentiel terrestre, on tient compte d'une force à distance appelée « poids ». C'est la force exercée par la Terre sur un système de masse  $m$ . Elle s'applique au centre de gravité du système, est repérée par la verticale du lieu et dirigée vers le bas.

$$\vec{P} = m \vec{g}$$

où  $\vec{g}$  est l'accélération de la pesanteur, verticale, vers le bas et dont la norme vaut en moyenne  $\|\vec{g}\| = 9,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ .

Remarque : Une expression plus complète sera vue en spé avec l'étude des référentiels non galiléens) mais on peut se contenter pour le moment de

$$\vec{g}_T = -\mathcal{G} \frac{m_T}{R_T^2} \vec{u}_v$$

avec  $\vec{u}_v$  le vecteur unitaire vertical ascendant.

Application numérique :

#### 4.2.3 Force électrostatique

Soit un point  $M$  de charge  $q$  placé dans un champ électrostatique. Il subit une force proportionnelle à sa charge et au champ extérieur  $\vec{E}_{\text{ext}}$  :

$$\vec{F} = q \vec{E}_{\text{ext}}$$

**Remarque :** On en déduit donc l'expression du champ électrostatique créé à une distance  $r$  par une charge ponctuelle de charge  $q$  :

Comparons les ordres de grandeurs entre les interactions électrostatique et gravitationnelle pour un proton et un électron :

**Remarque :** On retiendra la forme des deux lois d'interaction et leur similitude :

$$\vec{F} = q \left( \vec{E}(M,t) + \vec{v}_{/\mathcal{R}}(M,t) \wedge \vec{B}(M,t) \right)$$



### 4.3.2 Tension d'un fil

On considère une masse  $m$  suspendue à un fil. Le fil exerce donc une force sur la masse l'empêchant de chuter. La force, aussi appelée « tension du fil » est notée  $\vec{T}$ . Elle n'existe que si le fil est ..... Elle est toujours dirigée dans la direction du fil et d'une extrémité du fil vers l'autre. En général, la norme de la tension est inconnue et dépend des autres forces. La tension du fil est constante le long du fil. Dans ces conditions, on peut alors écrire :

$$\vec{T} = -T\vec{u}_{\text{ext}} \quad \text{avec } \vec{u}_{\text{ext}} \text{ dirigé vers l'extérieur et } T > 0$$

**Remarque** : Il faudra toujours vérifier que  $T > 0$ , c'est-à-dire que le fil est tendu !

### 4.3.3 Actions exercées par un support solide

On considère un solide de masse  $m$ , assimilable à un point matériel en contact avec un obstacle matériel comme une surface. Cet obstacle exerce sur  $M$  une action mécanique par une force de réaction  $\vec{R}$  que l'on décompose en une composante normale  $\vec{R}_N$  et une composante tangentielle  $\vec{R}_T$  :

$$\vec{R} = \vec{R}_N + \vec{R}_T$$

La réaction  $\vec{R}$  du support satisfait à des lois phénoménologiques dites « lois de Coulomb » qui donnent des informations partielles. En effet  $\vec{R}$  dépend des autres forces exercées sur l'objet et de son mouvement.

Méthodologiquement, les informations partielles suffisent pour déterminer le mouvement du système puis ensuite on détermine complètement  $\vec{R}$ .

Les informations partielles sur  $\vec{R}$  dépendent du mouvement relatif de  $M$  par rapport à l'obstacle :

- 1<sup>er</sup> cas :  $M$  est en équilibre par rapport à l'obstacle :  $\vec{v}(M)_{\text{obst}} = \vec{0}$ . Alors :

$$\|\vec{R}_T\| \leq f_s \|\vec{R}_N\| \quad \text{avec } f_s \text{ le coefficient de frottement statique}$$

- 2<sup>nd</sup> cas :  $M$  est en mouvement relatif par rapport à l'obstacle :  $\vec{R}_T$ , force de frottement solide, s'oppose au mouvement, elle est donc de sens opposé à  $\vec{v}(M)_{\text{obst}}$  :

$$\vec{R}_T \cdot \vec{v}(M)_{\text{obst}} < 0 \quad \text{et} \quad \|\vec{R}_T\| = f_d \|\vec{R}_N\| \quad \text{avec } f_d \text{ le coefficient de frottement dynamique}$$

**Remarque** : En général,  $f_s > f_d$ . Si aucune précision n'est donnée, on considérera :  $f_s = f_d = f$

**Quelques ordres de grandeur** pour  $f_s \approx f_d$  :

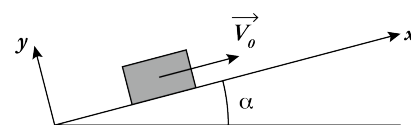
bois sur bois = 0,3 – 0,5      téflon - téflon = 0,02      pneu sur route = 0,6      pneu sur glace = 0,08

Dans certains cas, on considère que la liaison est sans frottements : seule  $\vec{R}_N$  existe. On l'éliminera donc facilement en projetant le PFD orthogonalement à  $\vec{R}_N$ .

#### ~> Application 1

Un objet de masse  $m$ , qu'on modélisera par un point matériel, est lancé vers le haut depuis  $O$  avec la vitesse  $\vec{V}_0$  parallèle au plan incliné qui fait un angle  $\alpha$  avec l'horizontale. Le coefficient de frottement de l'objet sur le plan vaut  $f$  ( $f < 1$ )

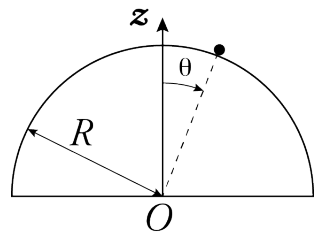
- Quelle distance va parcourir le mobile avant que sa vitesse ne s'annule ?
- À quelle condition sur  $\alpha$  l'objet restera-t-il ensuite immobile sur le plan incliné ?



↪ **Application 2**

Un objet de masse  $m$ , qu'on modélisera par un point matériel, glisse sur le toit hémisphérique d'un igloo de rayon  $R$ . Il part du sommet avec une vitesse initiale négligeable. Aucun frottement n'a lieu entre l'objet et la glace. On repère la position du point M par l'angle  $\theta$ .

- Appliquer le principe fondamental de la dynamique pour en déduire deux équations différentielles. Identifier l'équation du mouvement permettant de déterminer  $\theta(t)$ . Quelle information l'autre équation contient-elle ?
- En multipliant l'équation du mouvement par  $\dot{\theta}$ , montrer que  $\dot{\theta}^2 = \frac{2g}{R}(1 - \cos \theta)$
- En déduire l'expression de la force de réaction de l'igloo.
- L'objet décolle-t-il du toit de l'igloo avant d'atteindre le sol ? Si oui, pour quel angle ?



#### 4.3.4 Poussée d'Archimède

**Enoncé** : Tout corps plongé dans un fluide en équilibre dans le champ de pesanteur est soumis à une force verticale, dirigée de bas en haut, égale en norme au poids du volume de fluide déplacé (volume qui a été remplacé par le solide) et appliqué au centre de masse du volume de fluide déplacé, appelé centre de poussée.

**Remarque** : le centre de poussée est en général différent du centre masse du solide immergé... exemple d'un bateau.

La poussée d'Archimède s'écrit :

$$\vec{\Pi} = \dots\dots\dots$$

avec  $\rho_{\text{fluide}}$  la masse volumique du fluide. Pour un solide de masse volumique  $\rho$  totalement immergé dans un fluide, on a donc :

↪ **Application 3** : : Déterminer l'expression de la résultante des forces s'exerçant sur une montgolfière.

#### 4.3.5 Forces de frottement fluide

Un solide en mouvement dans un fluide est soumis à différentes forces de la part du fluide. On parle de forces aérodynamiques dans l'air et hydrodynamiques dans l'eau.

On se limitera à un solide en mouvement de translation à la vitesse  $\vec{v}$  soumis à une force de frottement fluide : la traînée. Comme toute force de frottement, elle s'oppose au mouvement : elle est colinéaire et de sens opposé à  $\vec{v}$ . A priori cette force dépend des caractéristiques du fluide et de la surface « frontale » du solide. On distinguera deux cas :

- 1<sup>er</sup> cas : mouvement à faible vitesse :  $\vec{F} = -k_1 \vec{v}$  avec  $k_1 > 0$ . C'est une relation linéaire.  $k_1$  est appelé coefficient de frottement fluide et s'exprime en .....
- 2<sup>nd</sup> cas : mouvement à grande vitesse :  $\vec{F} = -k_2 \|\vec{v}\| \vec{v}$  avec  $k_2 > 0$ . Attention, ici, il s'agit d'une relation quadratique (non linéaire).  $k_2$  s'exprime en .....

A priori dans les gaz (air) les frottements sont proportionnels au carré de la vitesse (second cas). Dans les liquides, on peut souvent utiliser la relation linéaire. De toute façon, c'est l'analyse d'une expérience qui permet de faire le choix en testant les deux modèles.

## 5 Quelques applications

## 5.1 Méthode de résolution

- Définir le système, vérifier qu'on peut l'assimiler à un point matériel,
- Choisir un référentiel et vérifier que l'on peut le considérer comme galiléen,
- Faire un schéma lisible de la situation, définir le repère et le système de coordonnées
- Établir un bilan précis et complet des forces (BdF) s'appliquant au système (ne pas oublier les réactions du support par exemple...),
- Choisir une méthode de résolution : appliquer le PFD, puis projeter sur les axes et notamment sur ceux perpendiculaire aux forces inconnues.

## 5.2 Chute dans le champ de pesanteur

### 5.2.1 Chute libre dans le vide

Soit un point  $M$  de masse  $m$  qu'on lâche sans vitesse initiale d'une hauteur  $h$  dans le champ de pesanteur  $\vec{g}$ . On étudie son mouvement dans le référentiel terrestre supposé galiléen. Le système est soumis uniquement à son poids. Déterminer l'équation horaire du mouvement  $z(t)$ , la durée de la chute et la vitesse juste avant qu'il ne touche le sol.

### 5.2.2 Chute avec frottement fluide linéaire

Dans le bilan établi précédemment, on ajoute la force de frottement fluide proportionnelle à la vitesse. Établir l'équation différentielle du mouvement, en déduire l'expression de la vitesse limite  $v_\ell$ , puis résoudre entièrement l'équation différentielle pour  $v(t)$ . Tracer son évolution temporelle. En déduire l'expression de  $z(t)$ .

---

---

---

---

---

---

### 5.2.3 Chute avec frottement proportionnel au carré de la vitesse

Avec une force de frottement quadratique, le PFD s'écrit :

$$m \vec{a} = m \vec{g} - k_2 v \vec{v}$$

Déterminer la vitesse limite puis résoudre l'ED pour déterminer l'évolution temporelle de  $v(t)$ . Comparer avec le cas d'un frottement linéaire.

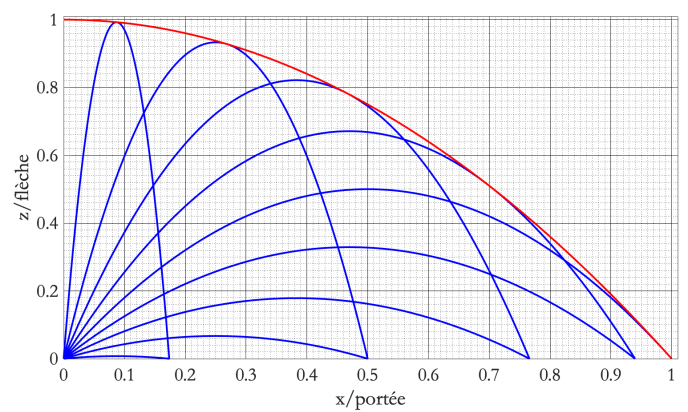
## 5.3 Lancé dans le champ de pesanteur et sans frottement

On étudie le mouvement d'un point  $M$  de masse  $m$  dans le champ de pesanteur  $\vec{g}$  mais il est maintenant lancé avec une vitesse initiale  $\vec{v}_0$  faisant un angle  $\alpha$  avec l'horizontale.

Dans un premier temps, on néglige les frottements de l'air. Le système est toujours étudié dans le référentiel terrestre supposé galiléen. Déterminer les équations horaires du mouvement, puis l'équation de la trajectoire. En déduire la **portée** du tir et sa **flèche** (hauteur maximum atteinte).

★ Deux tirs sont possibles pour une portée donné  $d$ . Déterminer les deux valeurs de  $\alpha$  possible.

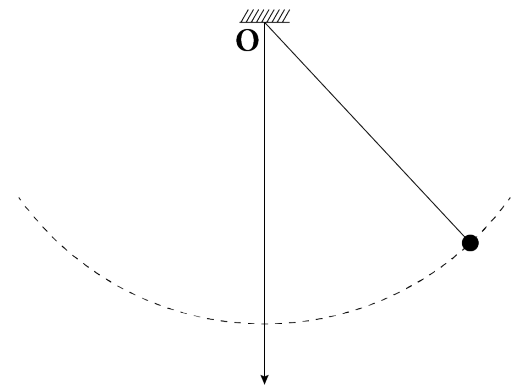
★ **Parabole de sureté** : on cherche la limite de l'ensemble des points  $(x, z)$  atteignable par un lancée à  $\|\vec{v}_0\|$  donnée, seul l'angle  $\alpha$  peut changer. Au delà de cette courbe, un point est inatteignable.



Remarque : On traitera le cas avec frottement linéaire en TD.

## 5.4 Le pendule simple

Soit une masse  $m$  attachée à un fil, lui-même accroché à un point fixe. On suppose le fil inextensible, sans masse et sans rigidité (fil idéal). On écarte la masse d'un angle  $\theta_0$  à l'instant initial et on lâche sans vitesse initiale. On étudie le mouvement de la masse  $M$  dans le référentiel terrestre galiléen. Projeter le PFD sur la base polaire. En déduire l'équation différentielle du mouvement et la résoudre dans le cas des « petits angles ». Quelle est l'expression de la période des oscillations du pendule ? Par intégration de l'équation différentielle, déterminer l'équation d'une trajectoire de phase (toujours dans le cas des « petits angles »). Commentaires. Cas des grandes oscillations.



Lined area for notes or calculations.