

Programme officiel

Notions et contenus	Capacités exigibles
Champ magnétique	
Sources de champ magnétique ; cartes de champ magnétique.	Exploiter une représentation graphique d'un champ vectoriel, identifier les zones de champ uniforme, de champ faible et l'emplacement des sources. Tracer l'allure des cartes de champs magnétiques pour un aimant droit, une spire circulaire et une bobine longue. Décrire un dispositif permettant de réaliser un champ magnétique quasi uniforme. Citer des ordres de grandeur de champs magnétiques : au voisinage d'aimants, dans un appareil d'IRM, dans le cas du champ magnétique terrestre.
Symétries et invariances des distributions de courant.	Exploiter les propriétés de symétrie et d'invariance des sources pour prévoir des propriétés du champ créé.
Lien entre le champ magnétique et l'intensité du courant.	Évaluer l'ordre de grandeur d'un champ magnétique à partir d'expressions fournies.
Moment magnétique.	Définir le moment magnétique associé à une boucle de courant plane. Associer à un aimant un moment magnétique par analogie avec une boucle de courant. Citer un ordre de grandeur du moment magnétique associé à un aimant usuel.
Actions d'un champ magnétique	
Densité linéique de la force de Laplace dans le cas d'un élément de courant filiforme.	Différencier le champ magnétique extérieur subi du champ magnétique propre créé par le courant filiforme.
Résultante et puissance des forces de Laplace.	Établir et citer l'expression de la résultante des forces de Laplace dans le cas d'une barre conductrice placée dans un champ magnétique extérieur uniforme et stationnaire. Exprimer la puissance des forces de Laplace.
Couple et puissance des actions mécaniques de Laplace dans le cas d'une spire rectangulaire, parcourue par un courant, en rotation autour d'un axe de symétrie de la spire passant par les deux milieux de côtés opposés et placée dans un champ magnétique extérieur uniforme et stationnaire orthogonal à l'axe.	Établir et exploiter l'expression du moment du couple subi en fonction du champ magnétique extérieur et du moment magnétique. Exprimer la puissance des actions mécaniques de Laplace.
Action d'un champ magnétique extérieur uniforme sur un aimant. Positions d'équilibre et stabilité. Effet moteur d'un champ magnétique tournant.	

Plan

1 Description du champ magnétique

- 1.1 Sources
- 1.2 Cartes de champ
- 1.3 Exemples classiques de champ magnétique
- 1.4 Moment magnétique
- 1.5 Symétries et invariances du champ magnétique

2 Actions mécaniques créés par un champ magnétique

- 2.1 Force de Laplace élémentaire
- 2.2 Force de Laplace subie par une tige en translation
- 2.3 Couple magnétique
- 2.4 Action d'un champ magnétique uniforme sur un aimant

Vérification des connaissances

	Connaissances
☐	Allure des cartes de champs magnétiques : aimant droit, spire circulaire et solénoïde (bobine longue).
☐	Ordres de grandeur de champs magnétiques : au voisinage d'aimants, dans un appareil d'IRM, dans le cas du champ magnétique terrestre.
☐	Champ magnétique créé par une bobine « infinie » : expression mathématique du champ au cœur de la bobine.
☐	Moment magnétique associé à une boucle de courant plane : définition mathématique pour une boucle de courant plane, ordre de grandeur pour un aimant usuel.
☐	Aimantation : définition mathématique.
☐	Symétries planaires : définition d'un plan de symétrie et d'antisymétrie d'un champ vectoriel.
☐	Force de Laplace s'appliquant sur une portion élémentaire de conducteur, et puissance associée.
☐	Résultante des forces de Laplace (et puissance associée) dans le cas d'une barre conductrice placée dans un champ magnétique extérieur uniforme et stationnaire : expression mathématique et démonstration.
☐	Force de Laplace et couple de Laplace s'exerçant sur un moment magnétique soumis à un champ magnétique : expression mathématique, démonstration dans le cadre de la spire rectangulaire.
☐	Énergie potentielle associée à la force de Laplace s'exerçant sur un moment magnétique soumis à un champ magnétique : expression mathématique.
☐	Effet du champ magnétique sur un moment magnétique : description qualitative du mouvement.
☐	Champ magnétique tournant : description de la mise en œuvre expérimentale pour 2 bobines, effet sur une boussole.

	Capacités
☐	Décrire un dispositif permettant de réaliser un champ magnétique quasi uniforme.
☐	Exploiter une représentation graphique d'un champ vectoriel : identifier les zones de champ uniforme, de champ faible et fort, et l'emplacement des sources.
☐	Évaluer l'ordre de grandeur d'un champ magnétique et son évolution avec les paramètres du problèmes à partir d'expressions fournies.
☐	Identifier les invariances et symétries planaires d'une distribution de courant et en déduire les propriétés du champ magnétique associé (et inversement).
☐	Calculer la résultante d'une force de Laplace ou d'un couple de Laplace s'exerçant sur un conducteur placée dans un champ magnétique uniforme et stationnaire.
☐	Analyser l'action d'un champ magnétique sur un moment magnétique : mouvement de rotation, positions d'équilibre.

Introduction

Les champs électrique et magnétique ont déjà été abordés au cours du chapitre de mécanique où nous avons étudié l'effet de ces champs sur le mouvement d'une particule chargée au travers de la force de Lorentz :

$$\vec{F} = q \left(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B} \right)$$

Nous avons dans toutes les situations étudiées, considéré que les champs étaient connus. On va s'intéresser dans ce nouveau thème plus particulièrement au champ magnétique : quelles peuvent être les sources ? comment peut-on décrire la carte du champ magnétique ? Quelles sont ses propriétés ? Quelles sont ses actions ?

Toute l'étude que nous allons mener est une introduction à l'électromagnétisme qui sera bien plus développé au cours de la seconde année de prépa.

Un peu d'histoire

Dès l'antiquité, deux phénomènes à distance ont été observés et ont suscité beaucoup d'intérêt et de questions :

- celui de l'attraction d'un petit morceau de fer par la pierre d'aimant,
- et celui de la paille attirée par un morceau d'ambre frottée.

Thalès de Milet (VI^e siècle avant J-C) aurait été le premier à étudier en détail ces observations et à réfléchir sur ce que l'on a ensuite appelé l'électricité et le magnétisme. Ces deux phénomènes sont assez similaires à première vue et ont très longtemps

été confondus, pour n'être dissociés qu'au tout début du XVII^e siècle grâce aux observations précises de Gilbert puis finalement réunifiés par Maxwell au XIX^e.

Pour ce qui est du magnétisme, si on savait depuis le XIII^e que les aimants possèdent deux sortes de pôles qui peuvent soit se repousser (si ils sont du même type) soit s'attirer (si il sont de types différents), Oersted découvre au début du XIX^e l'interaction entre un courant et un aimant, suivi par Ampère qui montre qu'une bobine de fil parcourue par un courant électrique se comporte comme un aimant. De l'électricité en mouvement crée donc du magnétisme : l'électromagnétisme est né, mais il faudra attendre Maxwell (1864) pour comprendre à quel point ces deux interactions sont véritablement unifiées.

1 Description du champ magnétique

1.1 Sources

1.1.1 Aimant

Un aimant est un objet capable d'attirer des morceaux de fer, de nickel, de cobalt ou leurs alliages. Il peut être naturel (Fe_3O_4) ou artificiel. Il possède deux pôles, Nord et Sud, et constitue donc un dipôle magnétique, même si en général on réserve plutôt le terme dipôle magnétique aux aimants plus petits comme par exemple une boussole. Par convention, le pôle nord d'une boussole (et donc d'un aimant) est celui qui s'oriente spontanément vers le nord géographique de la Terre.

Remarques :

- Comme on sait qu'un pôle Nord est attiré par un pôle Sud, on en déduit que à cause de cette convention arbitraire le pôle Nord Géographique est donc un pôle ... Sud Magnétique !
- Le pôle nord d'un aimant est souvent peint en rouge.
- Si on brise un aimant, les deux morceaux forment deux aimants : contrairement aux charges électriques qui peuvent très bien exister indépendamment, il n'existe donc pas de monopôle magnétique. On peut interpréter microscopiquement cette propriété : Un aimant est constitué d'une multitude de petits dipôles magnétiques élémentaires. Dans un aimant droit, ils sont tous orientés dans le même sens. Si on le brise, les dipôles élémentaires restent orientés de la même façon, il y a donc toujours deux pôles.
- Un morceau de fer est également constitué par des dipôles magnétiques élémentaires, mais ils sont orientés dans toutes les directions. Sous l'effet d'un aimant ces dipôles s'alignent (même direction et même sens) avec ceux de l'aimant et le morceau de fer devient à son tour un aimant : c'est l'aimantation induite, elle explique que le fer soit attiré par l'aimant (pôle sud / pôle nord)

1.1.2 Courant

Les expériences d'Oersted ont montré que les courants créaient des champs magnétiques. En particulier, nous verrons qu'une bobine parcourue par un courant produit exactement les mêmes effets magnétiques qu'un aimant. Un circuit conçu pour créer un champ magnétique suffisamment fort est appelé un électroaimant.

1.2 Cartes de champ

1.2.1 Qu'est-ce qu'un champ vectoriel ?



Un champ est une grandeur physique définie en tout point M de l'espace et dont la valeur dépend *a priori* de la position du point M et du temps t . Un champ est « invisible ». Pour le « voir » on a besoin d'une *particule test* qui subira la force associée au champ que l'on pourra « voir ». On distingue alors :

- on parle de **champ scalaire** lorsque la grandeur est un **scalaire**, c'est-à-dire que sa valeur est donnée par un seul nombre.
- on parle de **champ vectoriel** lorsque la grandeur est un **vecteur**, c'est-à-dire qu'en tout point M de l'espace, on définit un vecteur $\vec{A}(M,t)$ dont sa valeur est donnée par les trois composantes dans le repère orthonormé choisi.

Exemples :

- les champs de température $T(M,t)$ et de pression $P(M,t)$ dans l'atmosphère sont des champs scalaires.
- pour « voir » le champ de pesanteur $\vec{g}$, on lâche un système de masse m qui subit alors la force de pesanteur : $\vec{F} = m\vec{g}$. Évidemment, le champ existe même en l'absence de m .

1.2.2 Champ stationnaire, champ uniforme



Un champ est dit **stationnaire** quand, en tout point M , il a la même valeur à tout instant ; il ne dépend pas du temps t .



Un champ est dit **uniforme** quand, à tout instant t , il a la même valeur en tout point M de l'espace.

Remarque : Pour la suite de ce chapitre, on ne considèrera que des champs stationnaires.

1.2.3 Lignes de champ

On peut représenter un champ vectoriel $\vec{A}$ en dessinant le vecteur $\vec{A}(M)$ en des points M de l'espace régulièrement répartis. Souvent, on préférera représenter ses lignes de champ.



Une **ligne de champ** (ldc) d'un champ vectoriel $\vec{A}(M)$ est une ligne tangente au vecteur $\vec{A}(M)$ en chacun des points M . Elle est orientée dans le sens de $\vec{A}(M)$.



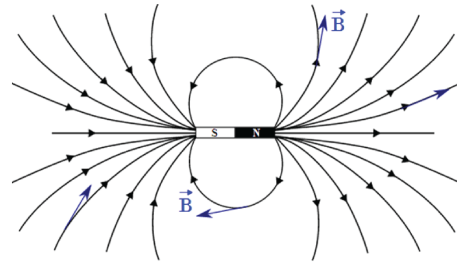
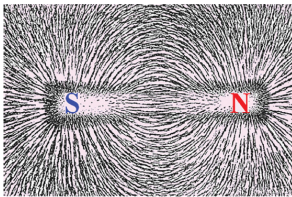
Une représentation des vecteurs $\vec{A}(M)$ ou des lignes de champs de $\vec{A}$ est appelée **carte de champ**.

Remarque : En observant une carte de champ, on connaît la direction et le sens du vecteur $\vec{A}(M)$ en tout point des lignes de champ représentées. Par contre, on ne dispose *a priori* d'aucune information sur la norme de $\vec{A}(M)$.

1.2.4 Cartes de champ magnétique

Pour observer directement le sens et la direction du champ $\vec{B}$, il est facile d'utiliser directement des petits dipôles magnétiques en guise de particule test ou de la limaille de fer comme cela est expliqué dans la vidéo : <https://youtu.be/uQtQ9oK4LpM>. Voici le principe : de la limaille de fer (objets légers, sensibles au champ magnétique) sont disposés sur une feuille de papier (matériau insensible au champ $\vec{B}$). Lorsqu'un champ magnétique est appliqué, la limaille de fer s'aimante, c'est à dire forme un dipôle magnétique temporaire. Les dipôles magnétiques (Sud-Nord) s'orientent alors le long des lignes de champ. La carte de limaille de fer permet donc d'obtenir la direction des lignes de champ $\vec{B}$, et l'utilisation d'un trombone aimanté joue ensuite le rôle d'une boussole (moment magnétique permanent) pour donner le sens de $\vec{B}$.

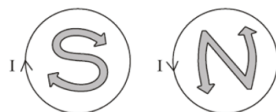
Pour un aimant droit, on obtient ainsi :



D'autres exemples sont disponibles sur le **One Drive** de la classe : [visionner les vidéos 1 à 5](#).

Remarques : L'observation des exemples ci-dessus nous permet de fixer les règles suivantes (à connaître) :

- Les lignes de champ $\vec{B}$ ne peuvent pas se couper sauf aux points où le champ est nul.
- Les lignes de champ sortent du pôle N pour rentrer dans le pôle S.
- Comme les monopôles n'existent pas, elles ne peuvent pas rejoindre l'infini : les lignes de champ magnétique se referment toujours sur elles-mêmes.
- En présence de courant, les lignes de champ $\vec{B}$ bouclent autour des courants.
- Une bobine parcourue par un courant produit exactement les mêmes effets magnétiques qu'un aimant. On peut donc définir un pôle Nord et un pôle Sud à l'aide du moyen mnémotechnique ci-dessous (ou bien avec la règle de la main droite en se souvenant que $\vec{B}$ sort de la face Nord).



La norme du champ magnétique augmente le long d'une ligne de champ quand les lignes de champ voisines se rapprochent. Ainsi, dans le cas du champ magnétique, la carte de champ donne une information sur la norme du champ.



Règle de la main droite

Le sens du courant est intimement lié au sens de $\vec{B}$ par la règle de la main droite. Cette règle peut être appliquée de deux manières différentes :

- Pour un fil rectiligne, on met le pouce sur le fil dans le sens du courant et le bout des doigts au point M , le sens des doigts donne alors le sens de $\vec{B}(M)$
- Pour une bobine (ou un solénoïde, ou une spire), on met les doigts sur le fil dans le sens du courant et le pouce au point M à l'intérieur de la bobine, le sens du pouce donne le sens de $\vec{B}(M)$

Attention, la règle de la main droite donne le sens de $\vec{B}$, mais pas sa direction.

1.2.5 Unité et quelques ordres de grandeur

On rappelle que l'unité du champ magnétique est le Tesla (T) qui s'exprime en fonction des unités de base du Système International : $1 \text{ T} = 1 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{A}^{-1}$ que l'on peut retrouver à l'aide de la définition de la force de Lorentz, du PFD et de la définition de l'intensité du courant électrique :

$$\vec{f} = q \vec{v} \wedge \vec{B}$$

$$\vec{f} = m \frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$i = \frac{dq}{dt}$$

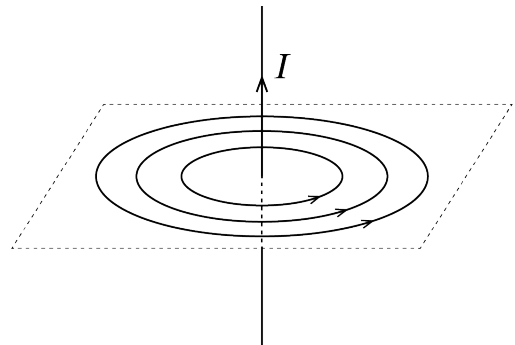
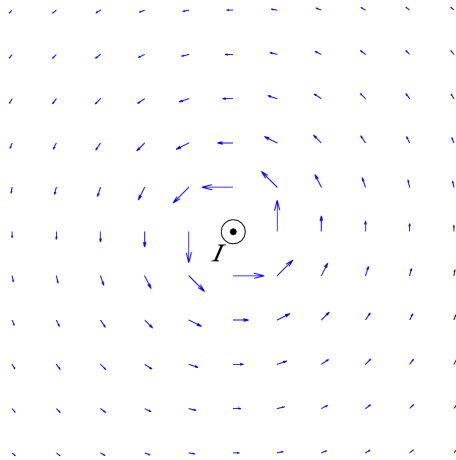
Quelques ordres de grandeur à connaître :

- champ magnétique terrestre : $4,7 \times 10^{-5} \text{ T}$
- champ magnétique d'un aimant usuel : $0,1 \text{ T}$ à 1 T
- champ magnétique d'un IRM : $\sim 3 \text{ T}$

1.3 Exemples classiques de champ magnétique

1.3.1 Champ magnétique créé par un fil rectiligne infini

Les figures ci-dessous représentent le champ magnétique créé par un fil rectiligne infini parcouru par un courant d'intensité I .



On observe que le champ magnétique tourne autour du fil et que la norme du champ magnétique décroît quand on s'éloigne du fil. Les lignes de champ sont des cercles entourant le fil. Leur orientation est liée au sens du courant dans le fil par la règle de la main droite. Cette règle est générale. Chaque fois qu'une ligne de champ est une courbe fermée, elle entoure un fil parcouru par un courant dont le sens est donné par la règle de la main droite. On peut donc savoir immédiatement, à l'observation d'une carte de champ magnétique, en quel lieu il y a un courant qui passe et dans quel sens ce courant est.

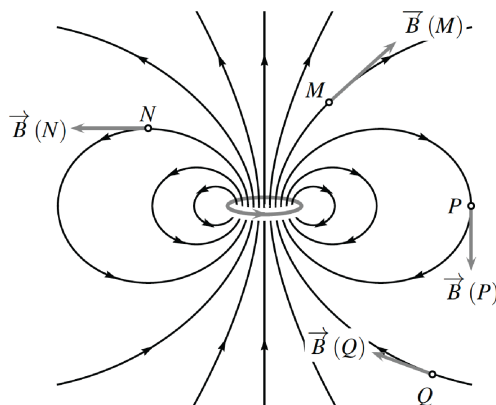
Vous démontrerez l'an prochain que le champ magnétique créé par un fil rectiligne infini parcouru par un courant d'intensité I s'écrit :

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \vec{u}_\theta$$

où μ_0 est la perméabilité magnétique du vide et vaut $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}$.

1.3.2 Champ magnétique créé par une spire circulaire

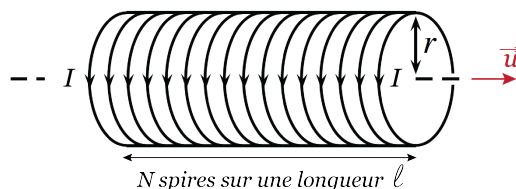
Une spire circulaire est un cercle conducteur parcouru par un courant électrique. La figure ci-dessous représente les lignes de champ magnétique créées par une spire circulaire dans un plan quelconque contenant l'axe de la spire. La spire est représentée en perspective et le sens du courant qui la parcourt est indiqué par la flèche grise.



Les lignes de champ sont des courbes fermées et la règle de la main droite (premier •) est vérifiée. On observe de plus que les lignes de champ traversent la spire de courant dans un sens donné aussi par la règle de la main droite (second •). Cette propriété est générale et elle permet d'orienter systématiquement le champ magnétique par rapport au courant qui le crée.

1.3.3 Bobine longue ou solénoïde

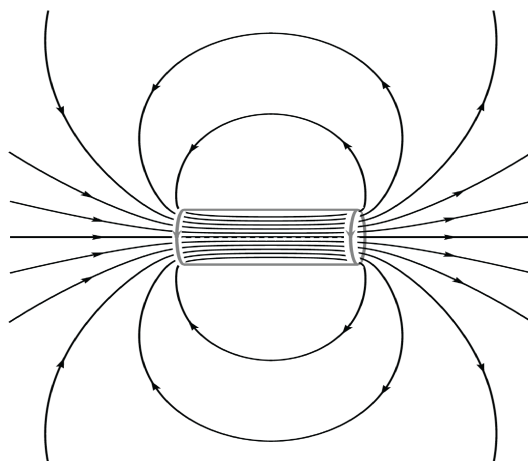
On fabrique une bobine en enroulant un fil conducteur (en cuivre la plupart du temps) sur un cylindre de rayon r et de longueur ℓ . L'enroulement est généralement très serré : on considère alors que la bobine est constituée de N spires quasi-circulaires jointives, de même rayon, de même axe et alignées, toutes parcourues par la même intensité I , dans le même sens.



On définit aussi le nombre de spires par unité de longueur n par :

$$n = \frac{N}{\ell}$$

Les lignes de champ magnétique créée par la bobine parcourue par un courant d'intensité I sont représentées ci-dessous. Elles vérifient la règle de la main droite.



On observe qu'à l'intérieur de la bobine les lignes de champ sont proches d'être des droites parallèles. Or, lorsque les lignes de champ magnétique sont des droites parallèles, l'écartement entre deux lignes voisines est constant, signe que le champ a une norme constante le long des lignes de champ. L'an prochain, vous le démontrerez ainsi que son uniformité à l'intérieur de la bobine. Ainsi le champ magnétique est uniforme à l'intérieur. Ceci est vrai pour une bobine telle que le rapport $\frac{\ell}{r}$ est grand. On parle alors de **bobine longue** ou de **solénoïde**.

On peut montrer que la norme du champ magnétique à l'intérieur du solénoïde s'écrit :

$$B = \mu_0 n I$$

où n est le nombre de spires par unité de longueur. Pour disposer d'une expression vectorielle, on introduit le vecteur $\vec{u}$ dessiné sur la figure précédente. Si le courant circule comme indiqué sur la figure, alors en vertu de la règle de la main droite, alors

$$\vec{B}(M) = \mu_0 n I \vec{u}$$

Si le courant est dans l'autre sens, l'expression est l'opposé.

Pour généraliser cette expression, on algébrique l'intensité du courant I selon la convention de l'électrocinétique :

- $I > 0$ si le courant circule dans le sens lié à $\vec{u}$ par la règle de la main droite qui est appelé « sens direct autour de $\vec{u}$ ».
- $I < 0$ si le courant circule dans l'autre sens.

On retiendra donc finalement



A l'intérieur d'un solénoïde, le champ magnétique est quasiment uniforme et s'écrit

$$\vec{B}(M) = \mu_0 n I \vec{u}$$

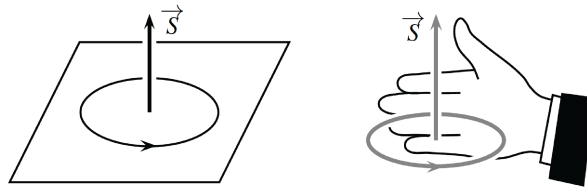
où $\vec{u}$ est un vecteur unitaire parallèle à l'axe du solénoïde, n le nombre de spires par unité de longueur et I l'intensité algébrique comptée positivement dans le sens direct autour de $\vec{u}$

1.4 Moment magnétique

Dans tous les exemples précédents, l'allure des lignes de champ est la même quand on s'éloigne de la source de champ. Le champ créé à une distance grande devant la taille de la source ne dépend en fait que de son moment magnétique.

1.4.1 Vecteur surface d'une spire plane

Avant de caractériser le moment magnétique, il convient de définir le vecteur surface associé à une spire de courant plane. C'est un vecteur normal à la spire, de norme égale à sa surface S . Si la direction du vecteur surface est orthogonale à la spire, il y a deux possibilités pour son sens. Laquelle choisir ? Une fois le sens de parcours de l'intensité du courant explicité, on appose la main sur la courbe, avec les doigts qui épousent la courbe, dans le sens de l'orientation. Le pouce indique alors le sens du vecteur surface. C'est encore une règle de la main droite !



Le vecteur surface $\vec{S}$ d'une spire plane orientée se définit par :

- sa norme est égale à la surface S de la spire
- sa direction est orthogonale au plan de la spire
- son sens se déduit du sens conventionnel positif du courant selon la règle de la main droite.

On définit aussi le vecteur unitaire normal à la spire, noté $\vec{n}$ de norme unité tel que :

$$\vec{S} = S \vec{n}$$

1.4.2 Définition du moment magnétique



Le moment magnétique d'une spire plane, de surface S , parcourue par un courant d'intensité algébrique I , est le vecteur :

$$\vec{\mathcal{M}} = I \vec{S} = IS \vec{n}$$

La norme du moment magnétique s'exprime en $\text{A} \cdot \text{m}^2$.

1.4.3 Moment magnétique d'une bobine

Le moment magnétique d'une bobine, assimilée à un ensemble de spires, est la somme vectorielle des moments magnétiques des spires. Ainsi pour une bobine constituée de N spires circulaires de rayon r et de vecteur normal $\vec{n} = \vec{u}$ le moment magnétique de la bobine s'écrit :

$$\vec{\mathcal{M}} = NI\pi r^2 \vec{u}$$

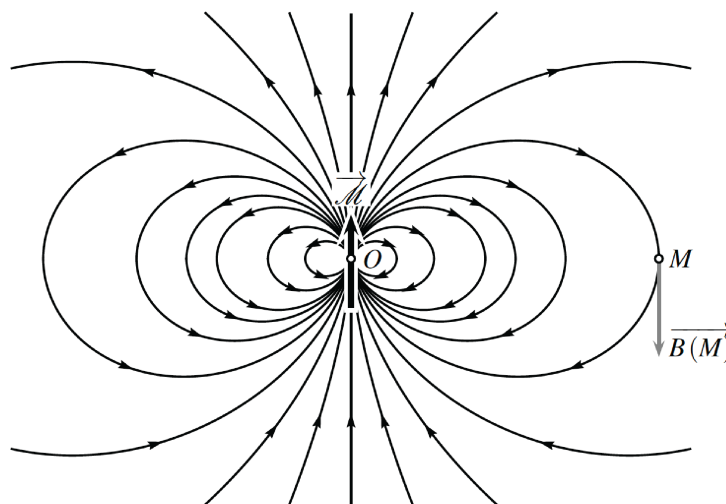
Avec $N = 1000$, $r = 3 \text{ cm}$ et $I = 0,5 \text{ A}$, on obtient numériquement : $\|\vec{\mathcal{M}}\| = 1,4 \text{ A} \cdot \text{m}^2$.

1.4.4 Moment magnétique d'un aimant, ordre de grandeur

La notion de moment magnétique s'applique aussi aux aimants bien qu'aucun courant ne circule à l'intérieur de ceux-ci. Le moment magnétique d'un aimant, bien qu'exprimé en $\text{A}\cdot\text{m}^2$, ne représente plus le produit de deux termes. Le moment magnétique d'un aimant dépend de sa taille. L'ordre de grandeur du moment magnétique d'un aimant usuel est d'environ $10 \text{ A}\cdot\text{m}^2$. Pour ne plus dépendre de la taille et pouvoir ainsi comparer deux aimants, on définit l'aimantation comme le moment magnétique par unité de volume. Pour un aimant classique, elle est de l'ordre $10^6 \text{ A}\cdot\text{m}^{-1}$.

1.4.5 Carte de champ d'un moment magnétique

Un moment magnétique $\vec{\mathcal{M}}$ représente tout aussi bien une spire, une bobine ou un aimant. On démontre que le champ magnétique créé par ces sources à distance très supérieure à leur taille caractéristique (rayon de la spire, longueur de la bobine, ou plus grande dimension d'un aimant), ne dépend, en première approximation, que de la valeur de $\vec{\mathcal{M}}$. Ses lignes de champ ont l'allure montrée ci-dessous :



1.5 Symétries et invariances du champ magnétique

1.5.1 Vecteur densité de courant électrique

Dans la partie traitant de l'électrocinétique, nous avons vu que le courant électrique correspond au mouvement d'ensemble de particules chargées au sein d'un matériau. Il s'agit donc du transport de charge électrique. Pour décrire ce transport de charge, il faut définir le vecteur de densité de courant électrique qui va permettre de décrire ce mouvement. Considérons donc une surface élémentaire dS autour d'un point M de l'espace. On oriente cette surface à l'aide d'un vecteur normal $\vec{n}$ à cette surface pour définir le vecteur surface $d\vec{S} = dS\vec{n}$. Choisissons pour le moment qu'un seul type de porteurs de charge mobiles dont la vitesse moyenne dans un volume mésoscopique autour de M à l'instant t est $\vec{v}_1(M,t)$. On note $\rho_1(M,t)$ la densité volumique de charge due à ces porteurs de charge. On souhaite déterminer la quantité $dq(M,t)$ de charge électrique traversant dS pendant l'intervalle de temps dt .



On définit le vecteur densité de courant électrique $\vec{j}(M,t)$ dont le flux à travers la surface dS est égal à la charge électrique qui traverse dS par unité de temps :

$$dq(M,t) = \vec{j}(M,t) \cdot d\vec{S} dt$$

De notre premier exemple à un seul porteur de charge, on peut donc en déduire que : $\vec{j}(M,t) = \dots\dots\dots$

Dans le cas où il y a plusieurs types de porteurs de charges, on les indice par i on a donc : $\vec{j}(M,t) = \dots\dots\dots$

En début d'année, nous avons aussi défini l'intensité i du courant électrique comme la quantité de charge dq traversant une surface S entre les instants t et $t + dt$. Cherchons le lien entre i et $\vec{j}$. Considérons une surface S orientée. La charge traversant S entre t et $t + dt$ est donc :

$$dq = \iint_{M \in S} \vec{j}(M,t) \cdot \vec{dS} dt$$

On en déduit donc que :



$$i = \frac{dq}{dt} = \iint_{M \in S} \vec{j}(M,t) \cdot \vec{dS}$$

L'intensité du courant traversant une surface est égale au flux du vecteur densité de courant à travers cette surface.

1.5.2 Symétries et invariances usuelles des distributions de courants

Les sources du champ magnétique sont les distributions de courant. L'étude des symétries et des invariances de la distribution de courant permet de déduire des propriétés sur le champ magnétique.

Symétrie plane

Antisymétrie plane

Invariance par translation

This image shows a single sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

Champ créé par une distribution antisymétrique par rapport à un plan

Invariances du champ magnétique

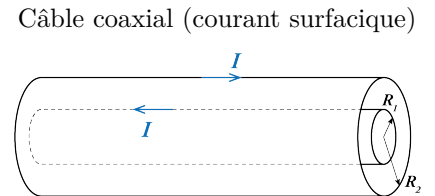
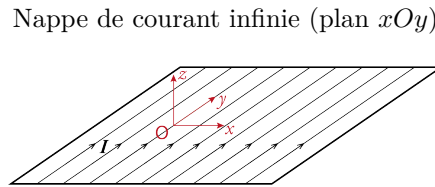
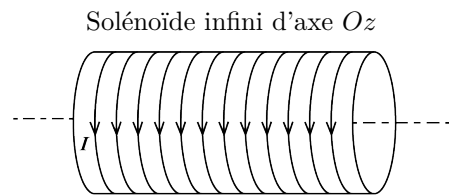
Applications En analysant les symétries et invariances de la distribution de courant, simplifier l'expression de $\vec{B}(M)$.

- Fil infini

Conclusion des symétries :

Conclusion des invariances :

• **Autres exemples classiques :**



2 Actions mécaniques créés par un champ magnétique

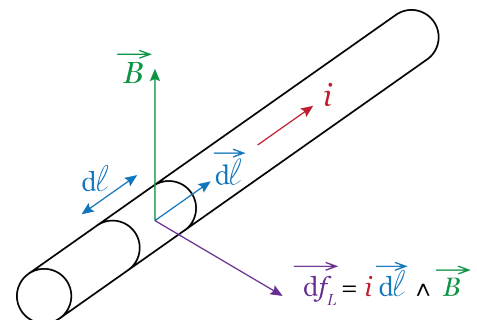
Un champ magnétique, créé par un circuit parcouru par un courant ou un aimant, exerce une force sur un autre circuit ou aimant. L'objectif de cette section est de calculer la force et/ou le couple exercé(e) par un champ magnétique sur un circuit parcouru par un courant.

2.1 Force de Laplace élémentaire

On considère un fil conducteur parcouru par un courant d'intensité algébrique i et plongé dans un **champ magnétique extérieur** $\vec{B}$. On entend par là que ce champ n'est pas créé par le courant passant dans ce fil mais par un autre courant ou bien par un aimant. Ce champ exerce alors une force sur le fil.

Le champ magnétique n'étant pas *a priori* uniforme, on commence par écrire la force qu'il exerce sur un tronçon élémentaire de fil, de longueur $d\ell$ très petite (notée donc avec la différentielle « d ») de sorte qu'il « voit » un champ uniforme. Pour exprimer cette force on utilise le **vecteur déplacement élémentaire** $\vec{d\ell}$ qui est défini de la manière suivante :

- sa norme est la longueur $d\ell$ du tronçon élémentaire de fil
- sa direction est tangente au fil
- son sens est le sens conventionnel positif du courant dans le fil.



 L'élément de fil de longueur $d\ell$, parcouru par le courant i , subit de la part du champ magnétique extérieur $\vec{B}$ la force

$$\vec{df_L} = i \vec{d\ell} \wedge \vec{B}$$

appelée **force de Laplace** élémentaire

Remarque : Cette formule reste valable pour une intensité dans le fil constante ou variable dans le cadre de l'ARQS. La notation i désigne alors aussi bien une intensité constante qu'une intensité lentement variable.

2.2 Force de Laplace subie par une tige en translation

2.2.1 Expression de la force

On étudie à nouveau un tronçon de conducteur **rectiligne** MN parcouru par un courant d'intensité i , comptée positivement de M vers N et plongé dans un champ magnétique extérieur **uniforme** $\vec{B}$. Comme dans le paragraphe précédent, $\vec{B}$ n'est pas créé par le courant passant dans le conducteur. Ce champ exerce alors une force sur le tronçon MN que l'on obtient en intégrant l'expression précédente. En effet, $\vec{B}$ est uniforme, il sort donc de l'intégrale :

$$\vec{f}_L = \int_M^N d\vec{f}_L = \int_M^N (i d\vec{\ell} \wedge \vec{B}) = i \left(\int_M^N d\vec{\ell} \right) \wedge \vec{B} = i \overrightarrow{MN} \wedge \vec{B}$$



Un tronçon de conducteur rectiligne MN placé dans un champ magnétique extérieur uniforme $\vec{B}$ et parcouru par un courant d'intensité i , comptée positivement de M vers N subit la **force de Laplace** :

$$\vec{f}_L = i \overrightarrow{MN} \wedge \vec{B}$$

Propriétés :

- $\vec{f}_L$ est perpendiculaire à $\vec{B}$ et à $\overrightarrow{MN}$
- $\|\vec{f}_L\|$ est proportionnelle à la longueur MN
- $\|\vec{f}_L\|$ est proportionnelle à l'intensité du courant et $\vec{f}_L$ change de sens si le courant change de sens
- $\|\vec{f}_L\|$ est proportionnelle à $\|\vec{B}\|$ et $\vec{f}_L$ change de sens si le champ magnétique change de sens.

2.2.2 Puissance de la force de Laplace

Si le tronçon MN est en mouvement de translation à la vitesse $\vec{v}$ dans un référentiel $\mathcal{R}$, la puissance de la force de Laplace dans ce référentiel est

$$\mathcal{P}(\vec{f}_L) = \vec{f}_L \cdot \vec{v}$$

Cette puissance n'est pas *a priori* nulle comme la puissance de la force de Lorentz $\vec{f} = q\vec{v}_q \wedge \vec{B}$ exercée par un champ magnétique sur une charge ponctuelle q animée de la vitesse $\vec{v}_q$. La force de Laplace est perpendiculaire à $\overrightarrow{MN}$ donc à la vitesse moyenne des électrons circulant dans le conducteur MN et à l'origine du courant d'intensité i . Mais elle n'est pas perpendiculaire à la vitesse de translation de MN .

La puissance de la force de Laplace n'est pas nécessairement nulle. La force de Laplace peut apporter ou prendre de l'énergie à un conducteur parcouru par un courant électrique en mouvement dans un champ magnétique.

↪ Voir la vidéo 6 sur le rail de Laplace.

2.3 Couple magnétique

2.3.1 Couple magnétique exercé sur une spire rectangulaire

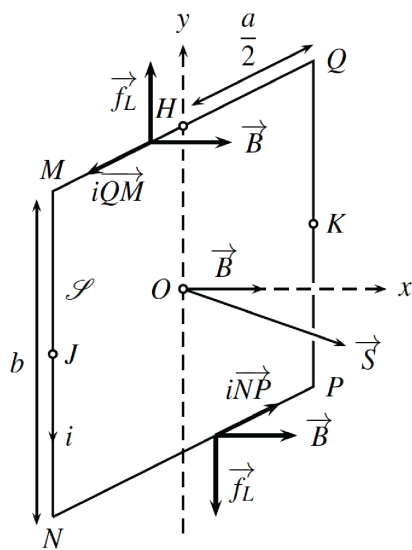
On étudie une spire rectangulaire $MNPQ$ parcourue par un courant i compté positif dans les sens $M \rightarrow N \rightarrow P \rightarrow Q$, et plongée dans un champ magnétique uniforme et stationnaire $\vec{B}$, créé par un environnement extérieur.

Tout d'abord, on peut remarquer que la somme des forces de Laplace sur les quatre côtés de la spire rectangulaire est nulle. Par la relation de Chasles, on a

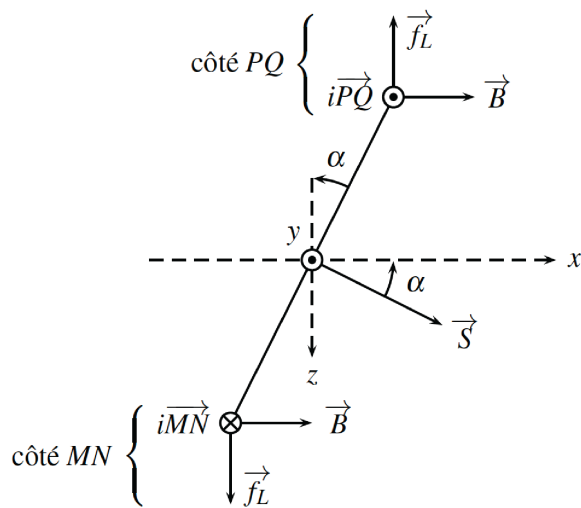
$$\begin{aligned} \vec{f}_L &= \vec{f}_{L,MN} + \vec{f}_{L,NP} + \vec{f}_{L,PQ} + \vec{f}_{L,QM} = i \overrightarrow{MN} \wedge \vec{B} + i \overrightarrow{NP} \wedge \vec{B} + i \overrightarrow{PQ} \wedge \vec{B} + i \overrightarrow{QM} \wedge \vec{B} \\ \vec{f}_L &= i (\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QM}) \wedge \vec{B} = i \overrightarrow{MM} \wedge \vec{B} = \vec{0} \end{aligned}$$

On en déduit donc que l'action du champ magnétique sur la spire est un **couple**.

Moment du couple On suppose à présent que la spire peut tourner autour de l'axe (Oy) qui passe par les milieux H et L des côtés MQ et NP . On appelle J et K les milieux des deux autres côtés MN et PQ . On appelle $a = NP$ et $b = PQ$ les longueurs des côtés de la spire qui a donc une surface $S = ab$.



Vue de profil



Vue de dessus

De plus, on suppose que le champ magnétique est perpendiculaire à l'axe (Oy) et on prend un axe (Ox) défini par la direction du champ magnétique tel que $\vec{B} = B\vec{u}_x$ avec $B > 0$. L'axe (Oz) complète le trièdre direct. Déterminer le moment $\vec{\Gamma}_L$ par rapport à O des forces de Laplace exercées par le champ magnétique sur la spire rectangulaire.

Puissance du couple Quand la spire $MNPQ$ tourne autour de l'axe (Oy) , l'angle α varie dans le temps et la vitesse angulaire de la spire est

$$\omega = -\dot{\alpha}$$

Le signe $-$ se voit sur la figure : si la spire tourne dans le sens positif autour de (Oy) , l'angle α diminue. La puissance de l'action mécanique de Laplace sur le cadre est alors

$$\mathcal{P}_L = \Gamma_{L,y} \omega = -iSB\dot{\alpha} \sin \alpha$$

2.3.2 Généralisation

L'action d'un champ magnétique extérieur uniforme $\vec{B}$ sur un circuit quelconque ou un aimant de moment magnétique $\vec{\mathcal{M}}$ est un couple de moment

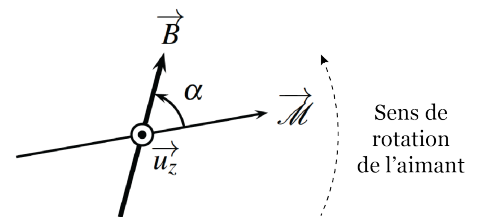
$$\vec{\Gamma}_L = \vec{\mathcal{M}} \wedge \vec{B}$$

2.4 Action d'un champ magnétique uniforme sur un aimant

2.4.1 Orientation d'un aimant

Le couple magnétique exercé par un champ magnétique $\vec{B}$ sur un aimant de moment magnétique $\vec{\mathcal{M}}$ tend à aligner le vecteur $\vec{\mathcal{M}}$ sur le vecteur $\vec{B}$. On peut s'en convaincre en considérant le cas d'un aimant pouvant tourner autour d'un pivot d'axe (Oz) comme représenté sur la figure ci-contre

Dans cette configuration, le couple exercé par le champ magnétique sur l'aimant est $\vec{\Gamma}_L = \mathcal{M}B \sin \alpha \vec{u}_z$. Ce couple est porté par $\oplus \vec{u}_z$, il tend donc à faire tourner l'aimant dans le sens positif lié à $\vec{u}_z$, indiqué par la règle de la main droite. L'influence du couple est donc d'aligner l'aimant sur le champ magnétique. Lorsque l'aimant est parallèle au champ magnétique, l'angle α est nul, le couple s'annule, l'aimant ne tourne plus et reste dans cette position.



Le couple magnétique exercé par un champ magnétique extérieur $\vec{B}$ sur un aimant de moment magnétique $\vec{\mathcal{M}}$ tend à aligner le vecteur $\vec{\mathcal{M}}$ sur le vecteur $\vec{B}$.

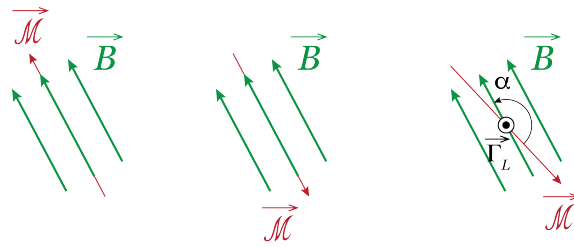
L'énergie potentielle du dipôle magnétique de moment $\vec{\mathcal{M}}$ dans le champ magnétique extérieur $\vec{B}$ est donné par

$$E_p = -\vec{\mathcal{M}} \cdot \vec{B}$$

A l'équilibre, le moment du couple est nul : $\vec{\mathcal{M}}$ et $\vec{B}$ sont alignés.

2.4.2 Positions d'équilibre

On sait que le produit vectoriel de deux vecteurs est nul si et seulement si les deux vecteurs sont colinéaires. Ainsi, le couple magnétique s'annule pour $\vec{\mathcal{M}}$ parallèle à $\vec{B}$ et de même sens, ou bien $\vec{\mathcal{M}}$ parallèle à $\vec{B}$ et de sens contraire. Dans le premier cas $\alpha = 0$ et dans le deuxième $\alpha = \pi$.



La position antiparallèle n'est pas stable : lorsque l'aimant tourne d'un angle faible, alors il ne revient pas dans sa position d'origine, mais effectue un demi-tour pour arriver en position parallèle. En effet, le couple exercé par le champ magnétique sur l'aimant est $\vec{\Gamma}_L = \mathcal{M}B \sin \alpha \vec{u}_z$. Ainsi, dans le cas du schéma, l'aimant est entraîné en rotation autour de (Oz) , dans le sens positif, jusqu'à ce que le couple s'annule, dans la position parallèle où α est nul.

↪ Voir la vidéo 7 sur l'action d'un champ monophasé.

2.4.3 La boussole

Le champ magnétique de la Terre se modélise, en première approximation, par un moment magnétique de valeur $\mathcal{M}_T = 7,9 \times 10^{22} \text{ A}\cdot\text{m}^2$, placé au centre de la planète. Il sort de la Terre par le pôle nord magnétique, situé au pôle sud géographique, et entre par le pôle sud, situé au pôle nord géographique. L'aiguille d'une boussole, constituée d'un petit aimant de moment magnétique $\vec{\mathcal{M}}$ en surface de la planète, s'oriente spontanément sur le champ magnétique terrestre $\vec{B}_T$. Ainsi, le pôle nord de l'aimant indique la direction du sud magnétique de la Terre, c'est à dire le pôle nord géographique. Les géographes parlent de pôle nord magnétique pour indiquer la position du pôle sud de l'aimant qu'est la Terre.

2.4.4 Effet moteur d'un champ magnétique tournant

Création d'un champ magnétique tournant

On peut obtenir un champ magnétique tournant avec le dispositif représenté ci-contre. Deux bobines d'axes orthogonaux entre eux, $\mathcal{B}_x$ et $\mathcal{B}_y$ d'axes respectifs (Ox) et (Oy) sont parcourues par des courants d'intensité respectives $i_x(t)$ et $i_y(t)$ comptées positivement dans le sens direct autour de (Ox) et (Oy) respectivement. La bobine $\mathcal{B}_x$ crée en O le champ dépendant du temps $\vec{B}_x(O,t) = K i_x(t) \vec{u}_x$ et $\mathcal{B}_y$ crée en O le champ $\vec{B}_y(O,t) = K i_y(t) \vec{u}_y$. K est un facteur commun qui dépend de la géométrie des bobines et de constantes fondamentales. Les champs des deux bobines s'ajoutent vectoriellement et le champ résultant en O est $\vec{B}(t) = \vec{B}_x(O,t) + \vec{B}_y(O,t)$.

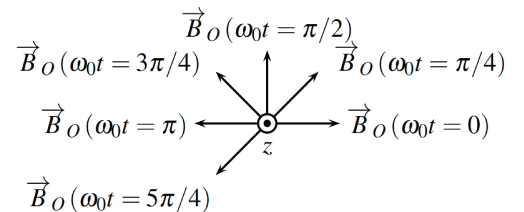
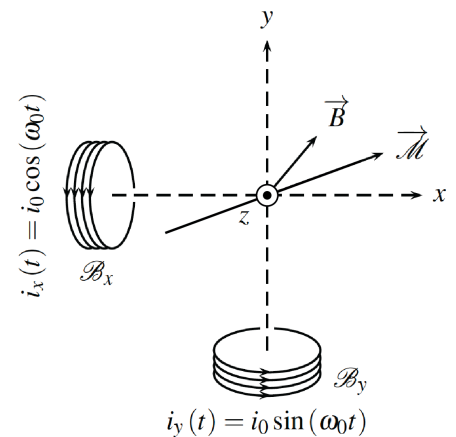
On fait en sorte que les intensités dans les deux bobines varient sinusoïdalement dans le temps, avec la même amplitude I_0 et la même pulsation ω_0 , et soient en quadrature de phase :

$$i_x(t) = I_0 \cos(\omega_0 t) \quad i_y(t) = I_0 \sin(\omega_0 t)$$

Le champ total créé par les deux bobines en O est alors :

$$\vec{B}(t) = \begin{pmatrix} K i_x(t) \\ K i_y(t) \\ 0 \end{pmatrix} = K I_0 \begin{pmatrix} \cos(\omega_0 t) \\ \sin(\omega_0 t) \\ 0 \end{pmatrix}$$

C'est donc un vecteur tournant autour de l'axe (Oz) à la vitesse angulaire ω_0 .



On crée un champ magnétique tournant avec deux bobines d'axes perpendiculaires, alimentées par des courants en quadrature de phase.

Action sur l'aimant Qualitativement, lorsqu'on place un aimant en O , mobile en rotation autour de l'axe (Oz) , le champ magnétique exerce un couple sur l'aimant de moment magnétique $\vec{\mathcal{M}}$. Ainsi l'aimant tourne pour s'orienter parallèlement au champ magnétique. Quand celui-ci tourne, celui-là en fait de même. L'aimant tourne donc à la vitesse angulaire ω_0 autour de (Oz) . C'est le principe des moteurs synchrones, dans lesquels le champ magnétique et l'aimant tournent à la même vitesse angulaire.

↪ Voir la vidéo 8 sur l'action d'un champ triphasé.