

Programme officiel

Notions et contenus	Capacités exigibles
Auto-induction	
Flux propre et inductance propre.	Différencier le flux propre des flux extérieurs. Utiliser la loi de modération de Lenz. Évaluer et citer l'ordre de grandeur de l'inductance propre d'une bobine de grande longueur.
Étude énergétique.	Réaliser un bilan de puissance et d'énergie dans un système siège d'un phénomène d'auto-induction en s'appuyant sur un schéma électrique équivalent.
Cas de deux bobines en interaction	
Inductance mutuelle entre deux bobines.	Déterminer l'inductance mutuelle entre deux bobines de même axe de grande longueur en « influence totale »
Circuits électriques à une maille couplés par le phénomène de mutuelle induction en régime sinusoïdal forcé.	Citer des applications dans le domaine de l'industrie ou de la vie courante. Établir le système d'équations en régime sinusoïdal forcé en s'appuyant sur des schémas électriques équivalents.
Étude énergétique.	Réaliser un bilan de puissance et d'énergie.

Plan

1 Auto-induction

- 1.1 Coefficient d'auto-induction
- 1.2 Calcul de l'induction propre d'un solénoïde
- 1.3 Force électromotrice
- 1.4 Schéma électrique équivalent
- 1.5 Loi de Lenz
- 1.6 Mesure expérimentale de l'inductance d'une bobine
- 1.7 Bilan d'énergie

2 Induction mutuelle

- 2.1 Coefficient d'induction mutuelle
- 2.2 Circuits couplés : forces électromotrices induites
- 2.3 Schéma électrique équivalent
- 2.4 Étude de deux circuits couplés

Vérification des connaissances

	Connaissances
☐	Inductance propre : définition par rapport au flux propre.
☐	Inductance mutuelle entre 2 bobines : définition, flux associé, exemples d'applications associées.
☐	Courants de Foucault : explication qualitative du phénomène, exemples d'applications associées.

	Capacités
☐	Réaliser une étude énergétique (bilan de puissance) dans un système siège d'un phénomène d'auto-induction et/ou d'induction mutuelle en s'appuyant sur un schéma électrique équivalent.
☐	Calculer l'inductance propre d'un système simple (bobine) en fonction des paramètres du système.
☐	Établir le système d'équations en régime sinusoïdal forcé en s'appuyant sur des schémas électriques équivalents dans le cas de circuits électriques couplés.

Introduction

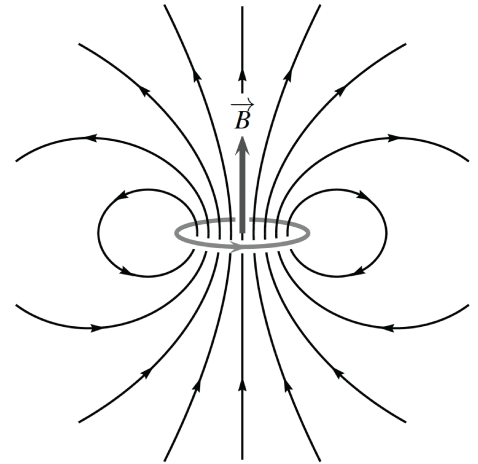
L'objectif de ce troisième chapitre est l'étude du phénomène d'induction ayant lieu lorsque un circuit est plongé dans un champ magnétique variable dans le temps.

1 Auto-induction

1.1 Coefficient d'auto-induction

Imaginons un circuit filiforme, parcouru par un courant d'intensité i , une spire par exemple, ou tout autre circuit plus compliqué. Il crée un champ magnétique $\vec{B}$, dont la norme est proportionnelle à l'intensité i du courant qui le traverse. Comme les lignes de champ magnétique s'enroulent autour de leurs sources, ce champ magnétique traverse le circuit qui lui a donné naissance, il crée donc un flux magnétique à travers ce circuit, nommé **flux propre**.

L'expression de ce flux magnétique propre, noté φ_p , est compliquée car le champ n'est pas nécessairement uniforme sur toute la surface du circuit. Toutefois, φ_p est proportionnel à la norme de $\vec{B}$, qui est elle même proportionnelle à l'intensité i du courant ; φ_p est donc finalement proportionnel à i .



Le flux, à travers un circuit, de son propre champ magnétique s'écrit :

.....

où i est l'intensité dans le circuit et L le **coefficient d'auto-inductance** ou **inductance propre** du circuit

Comme vous l'avez vu en électrocinétique, l'unité de l'inductance est le henry, noté H. On peut exprimer cette unité dans les unités de base du système international en utilisant la définition du tesla et du flux magnétique :

$$\varphi = \vec{B} \cdot \vec{S} \quad \text{donc} \quad \text{Wb} = \text{T} \cdot \text{m}^2 = \text{m}^2 \cdot \text{kg} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{A}^{-1}$$

Et :

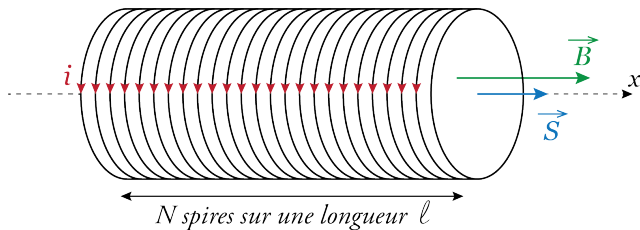
$$\varphi_p = Li \quad \text{donc} \quad \text{Wb} = \text{H} \cdot \text{A} \quad \text{donc} \quad \text{H} = \text{m}^2 \cdot \text{kg} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{A}^{-2}$$

L'auto-inductance d'un circuit est toujours positive. Il est possible de le vérifier en considérant si on choisit pour sens positif le long de la spire ce même sens, alors $i > 0$ et, en appliquant la règle de la main droite, on constate que le champ magnétique traverse la surface de la spire dans le sens positif donc que $\varphi_p > 0$. Les deux sont négatifs si on fait le choix inverse. Le signe du flux propre est le même que celui de l'intensité. Cela provient du fait que la règle de la main droite donne à la fois le sens positif de traversée de la surface du circuit à partir du sens conventionnel du courant et la direction du champ magnétique à partir du sens réel du courant. Ainsi l'auto-inductance est positive, quel que soit le sens positif du courant choisi.

Remarque : Dans le cas d'un circuit comportant N spires identiques, le champ magnétique est proportionnel à N . De plus, le flux à travers le circuit est égal à N fois le flux à travers une spire. Le coefficient d'inductance propre est donc proportionnel à N^2 .

1.2 Calcul de l'induction propre d'un solénoïde

On souhaite calculer l'auto-inductance L d'un solénoïde de longueur ℓ comportant N spires de surface S . On note $\vec{u}$ un vecteur unitaire parallèle à l'axe de la bobine et on choisit le sens conventionnel positif pour l'intensité i dans les spires donné par la règle de la main droite avec le vecteur $\vec{u}$



1.3 Force électromotrice

Si l'intensité du courant traversant le circuit varie dans le temps, le flux propre varie et il apparaît donc une force électromotrice induite, nommée force électromotrice auto-induite et notée $e_p(t)$. D'après la loi de Faraday, on a :

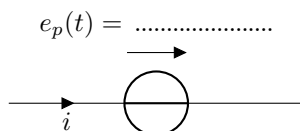
$$e_p(t) = -\frac{d\varphi_p}{dt} \quad \implies \quad e_p(t) = \dots\dots\dots$$

en supposant que l'auto-inductance L ne dépend pas du temps, c'est-à-dire que le circuit ne se déforme pas.

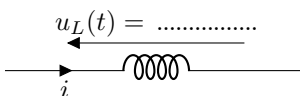
1.4 Schéma électrique équivalent

Pour tenir compte du phénomène d'auto-induction, il faut donc incorporer dans le schéma électrique du circuit :

- soit un générateur de tension de f.é.m $e_p(t) = \dots\dots\dots$ avec sa flèche dans le sens conventionnel positif du courant (soit en convention générateur) :



- soit une inductance L , telle que la tension à ses bornes, en convention récepteur est $u_L(t) = \dots\dots\dots$



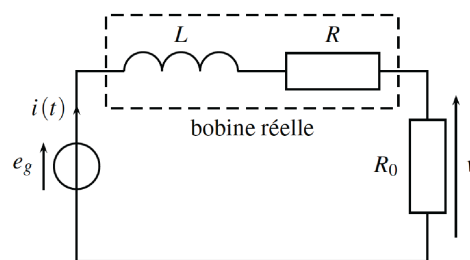
1.5 Loi de Lenz

Ces résultats sont cohérents avec la loi de modération de Lenz. Imaginons par exemple une bobine, branchée sur un générateur extérieur qui fait croître le courant dans la bobine : $\frac{di}{dt} > 0$. Alors, $e_p(t) = -L \frac{di}{dt} < 0$ et d'après le schéma électrique, cette f.é.m. induite négative s'oppose à l'augmentation du courant.

1.6 Mesure expérimentale de l'inductance d'une bobine

Pour mesurer l'inductance propre L d'une bobine, on réalise un circuit série comprenant un générateur de force électromotrice $e_g(t)$, relié à la bobine étudiée et à une résistance R_0 . Le fil de cuivre enroulé qui constitue la bobine a une résistance électrique R qui est en général de l'ordre de quelques Ω . On choisit une résistance $R_0 = 1,0 \text{ k}\Omega$, très supérieure à R . Ainsi, la résistance totale dans le circuit est $R_0 + R \simeq R_0$.

On observe à l'oscilloscope la tension $e_g(t)$ aux bornes du générateur sur la voie 1 et la tension $v(t)$ aux bornes de la résistance R_0 sur la voie 2.



Les équations du circuit, loi des mailles et loi d'Ohm, permettent d'écrire :

$$\begin{cases} e_g(t) = L \frac{di}{dt} + (R + R_0) i(t) \simeq L \frac{di}{dt} + R_0 i(t) \\ v(t) = R_0 i(t) \end{cases}$$

Donc

$$\frac{L}{R_0} \frac{dv}{dt} + v(t) = e_g(t)$$

On retrouve un système d'ordre 1 dont la constante de temps $\tau = \frac{L}{R_0}$. On observe la réponse indicielle du circuit et on mesure le temps de montée à 63%. On peut par exemple appliquer un créneau dont la période est grande devant τ .

1.7 Bilan d'énergie

On reprend le montage électrique précédent pour réaliser un bilan de puissance. On multiplie alors la loi des mailles par $i(t)$. On obtient

$$e_g(t)i(t) = L \frac{di}{dt} i(t) + R_0 i(t)^2 \quad \Rightarrow \quad e_g(t)i(t) = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} L i(t)^2 \right) + R_0 i(t)^2$$

On reconnaît dans cette relation :

- la puissance $\mathcal{P}_g = e_g(t)i(t)$, cédée au circuit par le générateur
- la puissance $\mathcal{P}_{\text{Joule}} = R_0 i(t)^2$, dissipée par effet Joule dans la résistance R_0 .
- une puissance $\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} L i(t)^2 \right) > 0$, stockée dans la bobine.

On constate que l'énergie apportée par le générateur est supérieure à l'énergie dissipée par effet Joule : la différence est stockée dans le circuit. Il s'agit de l'énergie du champ magnétique créé par le circuit. Cette énergie est de la forme $\frac{1}{2} L i(t)^2 + \text{constante}$. Si l'intensité s'annule, le champ magnétique s'annule et l'énergie aussi, la constante est donc égale à 0.



L'énergie magnétique d'un circuit d'auto-inductance L parcouru par un courant d'intensité i est

$$\mathcal{E}_{\text{magné}} = \dots\dots\dots$$

2 Induction mutuelle

2.1 Coefficient d'induction mutuelle

La situation que l'on va décrire dans cette partie est d'une grande importance pratique. Considérons un premier circuit filiforme $\mathcal{C}_1$ (une spire, par exemple, mais il peut s'agir d'un autre type de circuit), parcouru par un courant d'intensité i_1 qui crée un champ magnétique $\vec{B}_1$, dont la norme est proportionnelle à l'intensité i_1 . Un second circuit $\mathcal{C}_2$, est disposé dans le champ $\vec{B}_1$ dont il intercepte des lignes de champ. Le champ $\vec{B}_1$ a ainsi un flux non nul à travers le circuit $\mathcal{C}_2$. On note ce flux $\varphi_{1 \rightarrow 2}$: c'est le flux envoyé par le circuit $\mathcal{C}_1$ à travers le circuit $\mathcal{C}_2$.

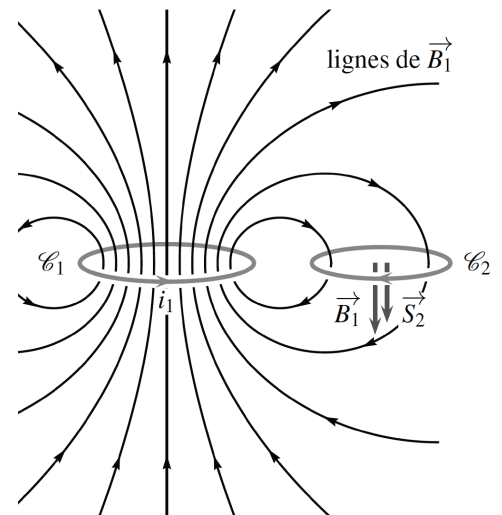
L'expression de ce flux magnétique $\varphi_{1 \rightarrow 2}$ est compliquée car $\vec{B}_1$ n'est pas nécessairement uniforme sur toute la surface du circuit $\mathcal{C}_2$. Toutefois, $\varphi_{1 \rightarrow 2}$ est proportionnel à la norme de $\vec{B}_1$, qui est elle-même proportionnelle à l'intensité i_1 du courant ; $\varphi_{1 \rightarrow 2}$ est donc finalement proportionnel à i_1 :

$$\varphi_{1 \rightarrow 2} = M_{1 \rightarrow 2} i_1$$

De même, si $\mathcal{C}_2$ est parcouru par le courant i_2 il crée un flux magnétique $\varphi_{2 \rightarrow 1}$ à travers $\mathcal{C}_1$ qui est proportionnel à i_2 :

$$\varphi_{2 \rightarrow 1} = M_{2 \rightarrow 1} i_2$$

Comme on peut s'en convaincre en observant la figure, plus le circuit $\mathcal{C}_2$ est exposé au champ magnétique $\vec{B}_1$, plus le circuit $\mathcal{C}_1$ est exposé au champ magnétique $\vec{B}_2$. En fait, les coefficients $M_{1 \rightarrow 2}$ et $M_{2 \rightarrow 1}$ sont égaux d'après le théorème de Neumann que l'on admettra. Leur valeur commune est appelée inductance mutuelle entre les circuits $\mathcal{C}_1$ et $\mathcal{C}_2$.



Les flux magnétiques envoyés réciproquement l'un à travers l'autre de deux circuits sont donnés par les formules :

$$\varphi_{1 \rightarrow 2} = M i_1 \quad \varphi_{2 \rightarrow 1} = M i_2$$

où M est l'inductance mutuelle entre les deux circuits. L'inductance mutuelle se mesure en henry, de symbole H.

Remarque : Le signe de l'inductance mutuelle est arbitraire. Il dépend de l'orientation relative des deux circuits.

2.2 Circuits couplés : forces électromotrices induites

On considère deux circuits 1 et 2 couplés par mutuelle induction, c'est-à-dire tels que le coefficient de mutuelle induction est non nul. Dès qu'il existe un courant variable dans au moins l'un des circuits, il y a des f.é.m induites dans les deux circuits. Déterminer l'expression des f.é.m induites dans les circuits 1 et 2.

2.3 Schéma électrique équivalent

On a donc le choix pour tenir compte des phénomènes d'induction entre deux schémas électriques : avec des générateurs de tension ou par l'utilisation d'un quadripôle :

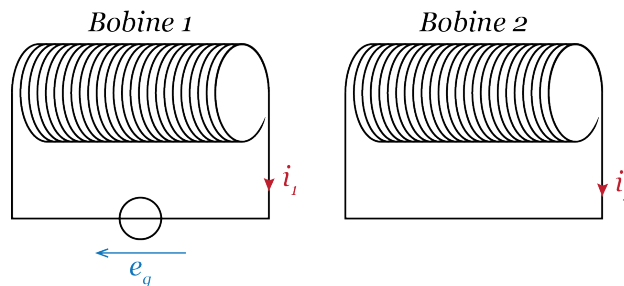
- ① On incorpore dans les schémas des circuits 1 et 2 des générateurs de tension de f.é.m respectives $e_1(t) = -L_1 \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt}$ et $e_2(t) = -L_2 \frac{di_2}{dt} - M \frac{di_1}{dt}$ avec leurs flèches dans le sens conventionnel positif du courant, soit en convention générateur.

- ② On représente les circuits en plaçant entre eux le quadripôle défini ci-dessous. Dans ce cas, c'est la convention récepteur qui s'applique des deux côtés.

2.4 Étude de deux circuits couplés

2.4.1 Description de la situation à étudier

L'expérience étudiée est représentée ci-contre : deux bobines sont placées face à face pour que le champ magnétique créé par chacune d'elles traverse l'autre. La bobine 1 est alimentée par un générateur de f.é.m variable $e_g(t)$, tandis que les bornes de la bobine 2 sont reliées entre elles par un simple fil. Des courants $i_1(t)$ et $i_2(t)$ circulent respectivement dans les bobines 1 et 2.



2.4.2 Système d'équations électriques

Pour obtenir les équations vérifiées par les intensités on représente le schéma électrique de l'expérience. Il faut tenir compte du fait que les bobines ne sont pas idéales et qu'elles ont donc des résistances R_1 et R_2 . Schématiser le système par une représentation en convention récepteur. Déterminer l'expression du système d'équations couplées liant e_g , i_1 et i_2 .

2.4.3 Étude en régime sinusoïdal établi

On résout ce système en considérant que le générateur délivre une tension sinusoïdale de pulsation ω : $e_g(t) = E_0 \cos(\omega t)$. On étudie le système en régime sinusoïdal établi (ou forcé) en utilisant la notation complexe. Le résoudre en déterminant une impédance Z telle que $\underline{e_g} = \underline{Z} \underline{i_1}$. Interpréter.

2.4.4 Bilan d'énergie

Réaliser un bilan d'énergie du système. Comment s'écrit l'énergie magnétique stockée par les deux circuits ?

L'énergie magnétique stockée par deux circuits couplés par mutuelle induction, est

.....