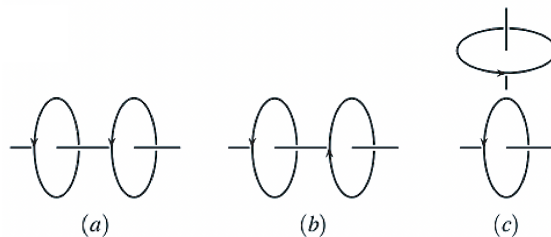


TD 2	Applications des lois de l'induction Induction	SUP Aux Lazaristes
------	---	-----------------------

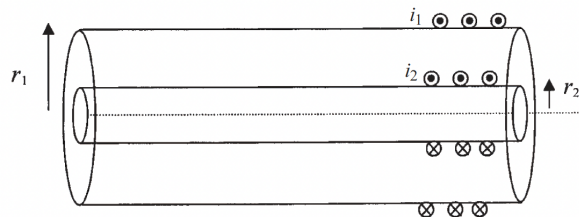
Exercice 1 : Signe d'une inductance mutuelle

Deux spires orientées sont placées suivant trois dispositions (a), (b) et (c). Les spires sont coaxiales dans les cas (a) et (b) et d'axes orthogonaux dans le cas (c). Indiquer le signe de l'inductance mutuelle M dans chaque cas.



Exercice 2 : Deux bobines coaxiales

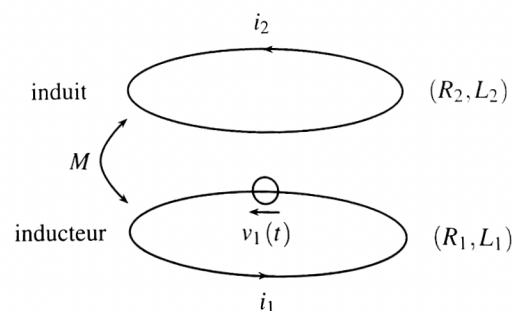
On considère deux solénoïdes Σ_1 et Σ_2 coaxiaux d'axe Oz , de même longueur $L = 20$ cm, de rayons $r_1 = 10$ cm, $r_2 = 5$ cm et comportant respectivement $N_1 = 700$ et $N_2 = 500$ spires jointives, enroulées dans le même sens. Dans toute la suite on négligera les effets de bord ; on considérera donc les solénoïdes comme très longs. Ces deux bobines ont pour résistance respectivement R_1 et $R_2 = 50 \Omega$.



1. Montrer que l'inductance propre de Σ_i vaut $L_i = \mu_0 N_i^2 \pi r_i^2 / L$ et que l'inductance mutuelle vaut $M = \mu_0 N_1 N_2 \pi r_2^2 / L$. Calculer leurs valeurs.
2. Le solénoïde Σ_1 est alimenté par un générateur idéal de courant électromoteur $i_0(t) = I_0 \cos(\omega t)$ avec $I_0 = 1$ A ; les deux extrémités du solénoïde Σ_2 sont reliées par un fil sans résistance. En régime établi, montrer que l'amplitude complexe du courant $i_2(t)$ circulant dans Σ_2 peut se mettre sous la forme $\underline{I}_2 = K \frac{j\omega/\omega_c}{1 + j\omega/\omega_c} I_0$ où K sont fonction de N_1 , N_2 , L_2 et R_2 .
3. En déduire l'expression de l'amplitude complexe du champ magnétique total à l'intérieur du solénoïde Σ_2 . Montrer que ce champ tend vers zéro à haute fréquence. Commenter.
4. Application numérique : calculer ω_c ainsi que ω pour une fréquence de 11 kHz, l'amplitude de $i_2(t)$ et le rapport des amplitudes du champ magnétique en $r = 0$ et $r_2 < r < r_1$.

Exercice 3 : Plaque à induction

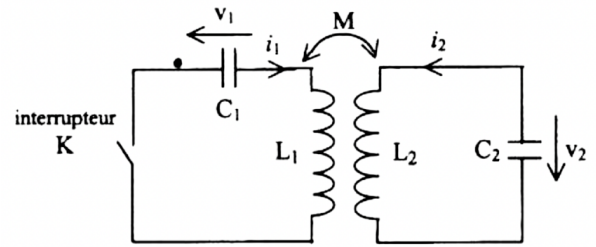
Le chauffage du fond métallique des récipients de cuisson peut être directement réalisé au moyen de courants de Foucault induits par un champ magnétique variable. Logé dans une table en céramique, un bobinage de 5 cm de rayon comporte 20 spires de cuivre de résistance électrique $R_1 = 1,8 \times 10^{-2} \Omega$ et d'inductance $L_1 = 30 \mu\text{H}$; il est nommé l'inducteur et il est alimenté par une tension sinusoïdale $v_1(t)$ afin de générer le champ magnétique. Le transfert d'énergie électrique s'effectue par induction mutuelle entre ce bobinage et l'induit qui est le fond de la casserole assimilable à une spire unique fermée sur elle-même de résistance $R_2 = 8,3 \text{ m}\Omega$ et d'inductance $L_2 = 0,24 \mu\text{H}$. L'induit et l'inducteur se comportent comme deux circuits couplés par une inductance mutuelle M .



1. Écrire les équations électriques relatives aux deux circuits.
2. En déduire l'expression du rapport des amplitudes complexes $\underline{I}_2/\underline{I}_1$ et de l'impédance d'entrée complexe du système $\underline{Z} = \underline{V}_1/\underline{I}_1$.
3. On choisit ω telle que $R_1 \ll L_1\omega$ et $R_2 \ll L_2\omega$. En déduire une condition sur la fréquence f . Simplifier les deux expressions précédentes, puis déterminer les valeurs de leurs modules, sachant qu'on estime $M = 2 \mu\text{H}$.
4. On soulève la casserole, l'amplitude du courant i_1 augmente-t-il ou décroît-il ?

Exercice 4 : Circuits couplés par inductance mutuelle

On considère le montage ci-contre. Les résistances des deux bobines (circuits rigides et immobiles) sont supposées négligeables. On appelle L_1 et L_2 les inductances propres des deux bobines et M l'inductance mutuelle des deux circuits. A $t = 0$ où l'on ferme l'interrupteur K , le condensateur de capacité C_1 est chargé sous la tension v_0 et C_2 est déchargé. On suppose que $L_1 = L_2 = L$ et $C_1 = C_2 = C$.



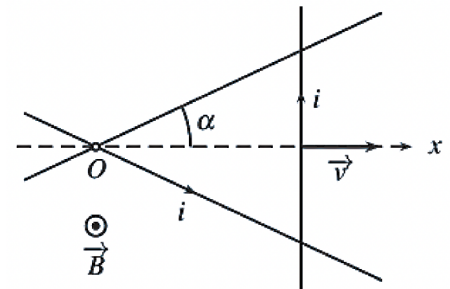
1. Que signifie en terme de lignes de champs, que les circuits sont couplés par mutuelle induction ?
2. Écrire le couple d'équations différentielles auxquelles obéissent les tensions $v_1(t)$ et $v_2(t)$.
3. Découpler ces équations en déterminant les équations différentielles vérifiées par $u(t) = v_1(t) + v_2(t)$ et $v(t) = v_1(t) - v_2(t)$.

En déduire les expressions des tensions $v_1(t)$ et $v_2(t)$ en posant $\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{C(L+M)}}$ et $\omega_2 = \frac{1}{\sqrt{C(L-M)}}$.

4. Dans le cas où $M \ll L$, tracer l'allure des tensions $v_i(t)$. Donner l'expression approchée du rapport M/L en fonction des caractéristiques du phénomène observé.

Exercice 5 : Rails de Laplace croisés

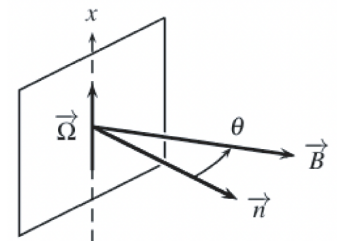
On considère deux rails de Laplace qui se croisent au point O. Ils sont horizontaux et plongés dans un champ magnétique $\vec{B}$ uniforme et vertical. Une tige glisse sans frottement sur eux, tout en restant parallèle à elle-même ; elle est entraînée à la vitesse constante $\vec{v} = v \vec{u}_x$.



1. Déterminer l'expression de la fém induite dans le circuit en fonction de la position $x(t)$ de la tige.
2. En considérant que la résistance électrique du circuit est proportionnelle à sa longueur, soit $R = K\ell$, déterminer l'intensité du courant dans le circuit. Commenter son signe.
3. Déterminer l'expression de la force qu'un opérateur doit exercer sur la tige.
4. Déterminer les expressions de la puissance perdue par effet Joule, de la puissance fournie par l'opérateur. Les comparer.

Exercice 6 : Moteur asynchrone

Une spire plate de résistance R , d'inductance L et de surface S , tourne à vitesse angulaire constante Ω autour de l'axe (Ox). La normale $\vec{n}$ à la spire est contenue dans le plan (Oyz). La spire est plongée dans un champ magnétique $\vec{B}$ localement uniforme, contenu dans le plan (Oyz), de norme constante, tournant à la vitesse constante ω autour de (Ox). Ce dispositif est utilisé en moteur électrique : le champ magnétique entraîne la bobine.



1. Décrire une façon de réaliser un champ magnétique tournant ?
2. Expliquer qualitativement pourquoi la spire tourne. ω et Ω peuvent-elles être identiques ?
3. Déterminer l'équation différentielle régissant l'évolution du courant dans la bobine en fonction de l'angle instantané θ entre le champ magnétique $\vec{B}$ et la normale $\vec{n}$ à la spire. En déduire l'expression de i en régime harmonique établi.

4. Déterminer l'expression du couple qui s'exerce sur la spire de moment magnétique $\vec{m}$. En déduire le couple moyen C .

5. L'allure de la courbe $C(\omega)$ est représentée ci-contre. Le moteur peut-il démarrer seul ? Étudier graphiquement la stabilité des points de fonctionnement si le moteur entraîne une charge de couple résistant constant connu.

