

|      |                                                                                            |                                                                |
|------|--------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------|
| TD 3 | <p align="center"><b>Approche énergétique</b></p> <p align="center">Mécanique - Chap 3</p> | <p align="center">SUP</p> <p align="center">Aux Lazaristes</p> |
|------|--------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------|

### Exercice 1 : La force est-elle conservative ?

- Un point  $M(x,y)$  est soumis à l'action d'une force  $\vec{f} = 2y\vec{u}_x - x\vec{u}_y$ . Calculer le travail de la force lorsque M se déplace de l'origine au point  $A(1,1)$  le long de deux trajets différents :

- ★ suivant la droite  $OA$
- ★ suivant la courbe d'équations paramétriques  $x = t$  et  $y = t^2$

Conclure sur la nature conservative ou non de la force.

- Même question pour  $\vec{f} = (y^2 - x^2)\vec{u}_x + 2xy\vec{u}_y$

### Exercice 2 : Descente en luge au printemps

Un enfant descend une pente sur sa luge. La pente n'est enneigée que sur sa première partie, de sorte que la fin de la glisse se fait sur l'herbe. Il s'élance sans vitesse initiale du haut de la pente, au point  $O$ .

On assimile l'enfant à un point matériel  $M$  de masse  $m$ , qui glisse sur un support constitué de deux parties. La première (pente recouverte de neige) est un segment de longueur  $L$  incliné d'un angle  $\alpha$  avec l'horizontale, et n'exerçant aucune force de frottement.



- On considère que la seconde partie (pente herbeuse) est un segment horizontal qui exerce une force de frottement solide de coefficient  $\mu$ . On notera  $O'$  l'intersection des deux segments.
  - Exprimer la vitesse de l'enfant à la fin de la pente enneigée en  $O'$ . La norme de la vitesse se conserve-t-elle au niveau de la rupture de pente en  $O'$ ? Que devient l'énergie « manquante » si la vitesse ne se conserve pas?
  - Exprimer la distance  $D$  parcourue sur l'herbe, segment horizontal, jusqu'à l'arrêt de la luge, en faisant l'hypothèse que la vitesse se conserve au niveau de la rupture de pente.
- On considère maintenant que la seconde partie herbeuse remonte en faisant un angle  $\beta$  avec l'horizontale.
  - Déterminer la distance  $D'$  parcourue sur la pente herbeuse. La luge remonte-t-elle jusqu'à son altitude initiale?
  - A quelle condition sur  $\beta$  la luge restera immobile sur la pente en herbe?

### Exercice 3 : Trampoline

On considère un homme assimilé à un objet ponctuel de masse  $m$ , lâché sans vitesse initiale depuis une hauteur  $H$  par rapport à la surface d'un trampoline. On modélisera le trampoline par une plate-forme rigide et sans masse liée à un ressort vertical sans masse de raideur  $k$  attaché au sol. Le ressort a une longueur à vide  $\ell_0$ .

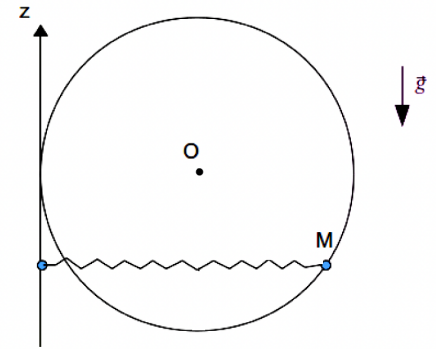


Le mouvement se déroule dans le champ de pesanteur terrestre uniforme  $g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$ . On néglige les forces de frottement. Le ressort du trampoline ne peut qu'être comprimé, sa longueur n'est en aucun cas supérieure à  $\ell_0$ . On choisira comme origine des altitudes la position de la surface du trampoline lorsque celui-ci est au repos.

- Faire un schéma du problème.
- Déterminer la vitesse  $v_1$  de l'homme juste avant de rentrer en contact avec le trampoline.
- Déterminer l'énergie potentielle de l'homme lorsque celui-ci est dans les régions  $z > 0$  et  $z < 0$ . On prendra  $E_p(z = 0) = 0$ . Tracer l'allure de la fonction  $E_p(z)$ .
- En déduire la ou les position(s) d'équilibre possible(s) et sa(leur) stabilité(s).
- Décrire le mouvement effectué par l'homme. Quelle est la relation vérifiée par  $z_{\min}$ ? Que doit vérifier  $z_{\min}$  pour que la plate-forme du trampoline ne touche jamais le sol? En déduire une inégalité portant sur  $k, \ell_0$  et  $mgH$  et l'interpréter.
- En quel point la vitesse de l'homme est-elle maximale? Déterminer cette vitesse.
- Comment expliquer qu'en réalité l'athlète augmente son altitude  $H$ ? Quel travail doit-il fournir pour l'augmenter de 5 m? On prend  $m = 50 \text{ kg}$ .

#### Exercice 4 : Point sur un cerceau

Un point matériel M de masse  $m$  glisse sans frottement sur un cerceau vertical de rayon  $R$ . Le point M est fixé à un ressort de raideur  $k$ , de longueur à vide  $\ell_0 = R$  et dont l'autre extrémité glisse sans frottement sur un axe  $(Oz)$  vertical tangent au cerceau, de sorte que le ressort reste horizontal (voir figure ci-contre).



1. Déterminer les différentes positions d'équilibre et discuter leur existence.
2. Étudier la stabilité de ces positions d'équilibre.
3. Décrire le mouvement au voisinage des positions d'équilibre stables.

#### Exercice 5 : Interactions au sein d'une molécule $\text{HCl}$

On s'intéresse au mouvement de l'atome d'hydrogène au sein d'une molécule  $\text{HCl}$ . L'énergie potentielle correspondant à la force conservative exercée par  $\text{Cl}$  sur  $\text{H}$  peut être décrite par l'expression de Lennard-Jones suivante :  $E_p(r) = -E_0 \left[ 2 \left( \frac{r_0}{r} \right)^6 - \left( \frac{r_0}{r} \right)^{12} \right]$  où  $r$  désigne la distance entre les deux atomes et  $r_0 = 1,27 \cdot 10^{-10}$  m,  $E_0 = 4,15$  eV sont deux constantes mesurées expérimentalement.

Puisque la masse  $m = 1,67 \cdot 10^{-27}$  kg de  $\text{H}$  est bien inférieure à celle de  $\text{Cl}$ , on admet que l'atome de chlore reste au repos en  $r = 0$ , tandis que l'atome d'hydrogène est animé d'un mouvement unidimensionnel le long de l'axe  $(Or)$ .

1. On désigne par  $a_0$  la valeur de  $r$  correspondant à la valeur nulle de l'énergie potentielle, et par  $r_m$  celle correspondant au minimum de l'énergie potentielle, et par  $E_m$  la valeur de ce minimum. Exprimer ces trois grandeurs en fonction des constantes du problème  $r_0$  et  $E_0$ . Applications numériques.
2. Tracer l'allure de  $E_p(r)$ . A quoi correspond  $E_m = E_p(r_m)$  en terme de liaison chimique ?
3. A partir de cette courbe, discuter les différents mouvements possibles de l'atome d'hydrogène  $\text{H}$ .
4. Déterminer la période  $T_0$  des oscillations au voisinage de la position d'équilibre. Calculer la longueur d'onde  $\lambda_0$  de la lumière correspondant à  $T_0$  et donner en une application.
5. Montrer que la force au voisinage de la position d'équilibre s'écrit comme une force de rappel élastique. Exprimer et calculer sa constante de raideur  $k$ . Proposer un schéma modélisant mécaniquement la molécule  $\text{HCl}$ .