

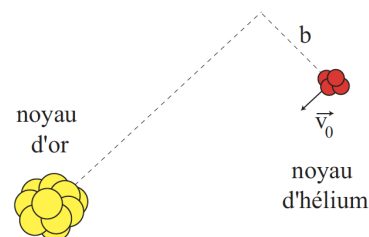
TD 6	Mouvements dans un champ de force centrale conservatif Mécanique - Chap 6	SUP Aux Lazaristes
------	---	-----------------------

Exercice 1 : Distance minimale d'approche

Un noyau d'hélium ou particule α de masse m et de charge $q = 2e$, subit la force de répulsion électrostatique d'un noyau d'or quasiment immobile de masse M et de charge $Q = Ze$.

La particule α est lancée à très grande distance (supposée infinie) du noyau d'or avec la vitesse initiale $\vec{v}_0$ et dont l'asymptote est à une distance b du noyau d'or appelée paramètre d'impact. On cherche à déterminer la distance minimale d'approche r_m entre la particule α et le noyau d'or.

1. Quelle est la direction de la vitesse au point I de la trajectoire de la particule α situé le plus près du noyau d'or ?
2. En utilisant la conservation du moment cinétique, déterminer une relation entre b , v_0 , r_m et $v(I)$.
3. En utilisant la conservation de l'énergie mécanique, en déduire l'expression de r_m en fonction de Z , e , m , v_0 et b .



Exercice 2 : Frottement de l'atmosphère sur un satellite à basse altitude

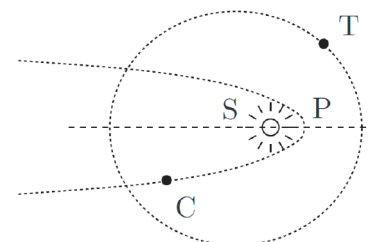
Un satellite, de masse m , décrit une orbite circulaire à l'altitude h autour de la Terre (M_T , R_T).

1. Calculer la norme v de la vitesse en fonction des données, en négligeant les frottements.
2. Montrer qu'en l'absence de frottement, les énergies potentielle, cinétique et mécanique du satellite sont telles que : $E_m = -E_c = E_p/2$.
3. Les hautes couches de l'atmosphère modifient très lentement le mouvement, de sorte que la trajectoire sur un tour reste quasi circulaire (les résultats précédents restent alors valables en première approximation). Tracer l'allure de la trajectoire. Comment évolue la vitesse du satellite ?
4. Ces frottements sont équivalents à une force de freinage de module $f = \lambda m v^2$. Quelle est la condition sur λ permettant de supposer que la perte relative d'énergie mécanique est faible à chaque révolution de durée T ?
5. À l'aide du théorème de la puissance mécanique, exprimer le temps τ au bout duquel le satellite s'écrasera sur Terre.

Données : $h = 500$ km ; $M_T = 5,98 \times 10^{24}$ kg ; $R_T = 6,37 \times 10^3$ km.

Exercice 3 : Comète de Halley

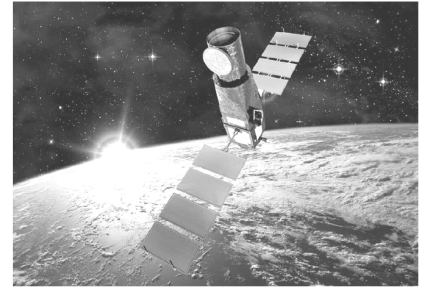
La comète de Halley a une période de $T = 76,03$ années terrestres et sa distance minimale au Soleil est $SP = 0,59 a_0$ où a_0 est le demi-grand axe de l'orbite terrestre autour du Soleil. On note T_0 la durée d'une année.



1. Exprimer le demi-grand axe a de la trajectoire de la comète en fonction de a_0 , T_0 et T .
2. Exprimer en fonction de a_0 la distance maximale SA de la comète au Soleil.

Exercice 4 : Mise en orbite d'un satellite

On souhaite placer un satellite de masse $m = 1000 \text{ kg}$ en orbite géostationnaire autour de la Terre. Les mouvements sont étudiés dans le référentiel géocentrique dans lequel la Terre est animée d'un mouvement de rotation de période $T = 86164 \text{ s}$.



1. Calculer l'énergie mécanique E_{mB} du satellite si il est en orbite circulaire basse à une distance $r_B = 7,00 \times 10^3 \text{ km}$ du centre de la Terre. L'origine de l'énergie potentielle de pesanteur est choisie nulle à l'infini.
2. Exprimer l'énergie du satellite E_S avant son lancement, lorsqu'il est posé à la surface de la Terre à la latitude λ . Où est-il préférable de procéder au lancement ?
3. Déterminer le rayon r_G de l'orbite géostationnaire et l'énergie mécanique E_{mG} du satellite. Peut-on placer un tel satellite au dessus d'un point quelconque de la Terre ?
4. Une fois le satellite placé sur une orbite basse, on veut le transférer vers l'orbite géostationnaire. Pour cela, on lui communique une impulsion au point M_1 dans le sens de sa vitesse, afin qu'il décrive une ellipse dont l'apogée se trouve en M_2 sur l'orbite géostationnaire (ellipse de Hohmann). Une seconde impulsion permet alors de le stabiliser sur cette orbite.
 - (a) Tracer l'orbite de transfert et déterminer l'énergie mécanique E_{mT} du satellite sur celle-ci. En déduire l'énergie qu'il faut fournir en M_1 puis en M_2 pour réaliser le transfert.
 - (b) Déterminer la durée du transfert.

Données : $M_T = 5,98 \times 10^{24} \text{ kg}$; $R_T = 6380 \text{ km}$; $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ SI}$.

Exercice 5 : Lancement d'un projectile du pôle nord

Au niveau du pôle nord, un projectile P (de masse m) est lancé avec une vitesse initiale $\vec{v}_0$ inclinée d'un angle α par rapport à l'axe sud-nord. En négligeant les frottements, ce projectile doit parvenir au pôle sud. On note $v_1 = \sqrt{GM/R}$ la première vitesse cosmique.

1. Montrer que le mouvement est plan et exprimer la constante des aires C .
2. Justifier que la trajectoire doit être une ellipse dont le grand axe est contenu dans le plan équatorial et faire un schéma du problème.
3. Exprimer la taille $2a$ du grand axe en fonction de R , v_0 et v_1 et en précisant les deux cas limites.
4. Si $r = OP$ où O est le centre de la Terre et $\theta = (Ox, OP)$ avec l'axe Ox contenu dans le plan de l'équateur, l'équation polaire de la trajectoire est $r = \frac{p}{1 - e \cos \theta}$ où $p = \frac{C^2}{GM}$ est le paramètre de l'ellipse et e son excentricité.
 - (a) À partir de cette équation, exprimer la distance minimale r_P (au périégée) et la distance maximale r_A (à l'apogée) en fonction de p et e . En déduire l'expression de l'excentricité e en fonction de v_0 et v_1 et tracer e son évolution.
 - (b) Montrer que les conditions initiales imposent que l'angle α est une fonction de v_0 à exprimer et à tracer.